

氾濫計算における移流項の重要性について

新潟大学工学部建設学科

新潟大学災害・復興科学研究所

新潟大学大学院自然科学研究科

○佐々木 靖幸

正会員

安田 浩保

学生会員

石原 道秀

1 はじめに

既往の氾濫解析の数値モデルの開発では計算精度を重視したものが多かった。近年、計算機の演算性能は飛躍的に向上しているが、依然として数分ほどの高速演算での氾濫解析の実施は困難で、破堤後のリアルタイムな計算はできない。一般に氾濫解析の支配方程式には浅水方程式が用いられ、同式には流速の空間勾配である移流項が計算負荷の増大の要因となっている。このため計算負荷の軽減のために移流項を無視した氾濫解析モデルも提案されている。ただし、同モデルは移流項を無視しているために氾濫原の地形勾配や破堤部近傍での水面勾配が急勾配となると計算精度が低下する。2019年の佐賀県を中心とした豪雨に代表される近年の集中豪雨の急増によって、洪水氾濫の発生箇所は比較的河床勾配の大きい流域にまで広がっている。現状での氾濫解析に対する需要はリアルタイム演算と幅広い適用範囲の二つと整理できる。安田ら¹⁾は任意の多角形計算セルを用いたリアルタイム性を満足する氾濫解析モデルを提案している。しかし、同モデルでは移流項を加味していないため底面勾配の大きい地形への適用が難しい。そこで本研究では地形適合セル法への移流項の導入法を明確にした上で、移流項を考慮した地形適合セル法の完成を目指すために、氾濫解析における移流項の重要性について、流速の空間勾配を生む要因である堤防高や底面勾配が異なる地形において移流項の有無が解に与える影響を検討した。

2 計算モデルの概要

2.1 計算モデルに用いた支配方程式及びその差分化

本研究においては高度で複雑なスキームを用いるよりも、一次元問題に落として簡単なスキームを適用した方がよりよく現象を理解できると考えたため、一次元の浅水方程式を支配方程式として用いた。支配方程式として用いた一次元浅水方程式を下記に示す。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial[uh]}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{gn^2 u|u|}{h^{\frac{4}{3}}} \quad (2)$$

ここで g は重力加速度、 t は時間、 h は水深、 u は平均流

速、 n はマンニングの粗度係数である。本研究における差分化手法は、移流項について1次精度の風上差分、それ以外の項について2次精度のLeap-Frog差分を適用した。

2.2 支配方程式の差分化に伴う打ち切り誤差について

支配方程式を差分化したことによって現れる打ち切り誤差は、1次精度の風上差分からは、2階微分項による数値粘性、Leap-Frog差分からは3階微分項による数値分散が混合して出現する。また、移流項を無視した計算では差分化前は摩擦項のみが右辺側にあるが、差分化後は三階微分項が打ち切り誤差項として追加され、移流項を考慮した計算ではさらに二階微分項が追加された式形になる。このため移流項を無視した計算結果は、氾濫流の先端部分で数値分散性に由来するのこぎり型の振動が出現し、この数値分散性は移流項を考慮した計算に比べて無視した計算では粘性効果の介入がないために残存する。しかし、のこぎり型の振動は差分化の課程で生じたものであり、使用する支配方程式自体に変化はないため、後述する算出される氾濫流の伝播速度には影響はない。したがって、本研究においては差分化に伴う打ち切り誤差による解の振動性を無視できる。

2.3 各種条件の設定

境界条件および計算条件を設定するにあたり、図-1に示すような、下流側に水深 h を持つダムが瞬間的に破壊される一次元のダムブレイク問題を考えた。ダムブレイク現象は河川においては堤防が瞬間的に決壊する現象に近い。氾濫による被害は瞬間的に堤防が決壊した場合の方が、時間をかけて堤防が決壊した場合より被害が大きくなりやすい。つまり瞬間的な堤防の決壊を対象とした氾濫計算を行うことで、氾濫による最大の被害を見積もれることになる。

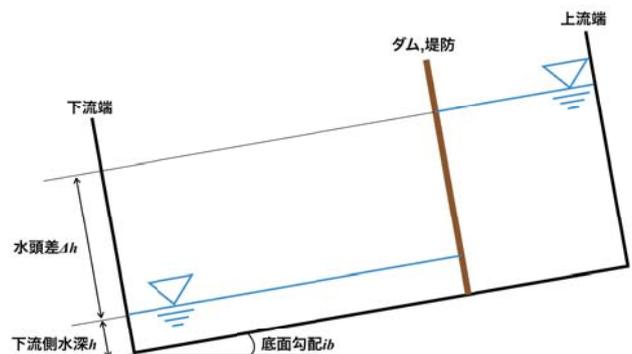


図-1 一次元 dam-break 問題

表-1 計算条件

			水頭差 Δh (m)			
			A	B	C	D
			0.5 ※2	1.0	5.0	10.0
底面勾配 ib	I	0 ※1	Case A-I	Case B-I	Case C-I	Case D-I
	II	1/10000	Case A-II	Case B-II	Case C-II	Case D-II
	III	1/1000	Case A-III	Case B-III	Case C-III	Case D-III
	IV	1/100	Case A-IV	Case B-IV	Case C-IV	Case D-IV

※1：底面勾配 ib が0である時、水頭差を0(m)から1.0(m)においては0.1(m)間隔で、1.0(m)から10.0(m)においては1.0(m)間隔で設定

※2：水頭差 Δh が0.5(m)の時、底面勾配を1/10000から1/1000までは1/nのnを1000の間隔で、1/1000から1/100まではnを100の間隔を設定

2.3.1 境界条件の設定

一般にダムブレイク問題を扱う際には下流側水深 h を 0 とする dry-bed を想定するが、本研究では、下流側に 1.0(m) の水深を設けることで dry-bed の影響を排除した。これは dry-bed の状況下では氾濫流の先端における冠水部と非冠水部の境界での計算においては物理的な根拠がなく、dry-bed での計算が正確に行えないためである。これによって移流項の重要性のみの評価を図った。

2.3.2 計算条件の設定

氾濫流の計算を行う際の移流項の重要性を把握するためにはいくつかの条件を設定し、移流項の有無による氾濫流の伝播速度の違いを知る必要がある。移流項は流速の空間勾配であるため、その重要性を把握するには流速の空間勾配を生む要因となる水頭差 Δh と底面勾配 ib が計算条件の変数となる。換言すれば、移流項への影響は水頭差 Δh によるものと底面勾配 ib によるものがあると言える。

ここで、本研究では河川に対する氾濫計算を対象としているため、水頭差 Δh は実河川の堤防高を、底面勾配 ib は「河川のセグメント区分」を参考にセグメント 1 からセグメント 3 までを想定した。表-1 に決定した計算条件を示す。まず、水頭差 Δh が移流項に与える影響のみを明らかにするために、底面勾配 ib を 0 に設定し水頭差を 0(m) から 1.0(m) においては 0.1(m) 間隔で、1.0(m) から 10.0(m) においては 1.0(m) 間隔で設定した。同様の理由で、底面勾配 ib についても、1/10000 から 1/1000 までは 1/n の n を 1000 の間隔で、1/1000 から 1/100 までは n を 100 の間隔で設定した。なお、底面勾配 ib のみを変数とする場合の水頭差 Δh については、後述する氾濫流の先端の判別の精

度を担保するために 0.5(m) を設定した。次に、水頭差 Δh 及び底面勾配 ib が移流項に与える影響を複合的に評価するために各水頭差と各底面勾配ごと組み合わせを考え、16 の Case を設定した。

3 計算結果及び考察

3.1 氾濫流の先端の判別方法と伝播速度及び乖離度の算出方法

前章のモデルを用いて得られた各時刻の氾濫流の水面形状の一例を図-2 に示す。各条件における各時刻の氾濫流の水面形状を得たが、移流項の有無による影響を評価するためには氾濫流の伝播速度を算出する必要がある。氾濫流の伝播速度の算出には氾濫流の先端を判別する必要がある。本研究においては任意の断面を下流端からとり、その断面の下流側断面との水位差が、下流側断面の水位の 1 % 以上ある場合に、その任意の断面を氾濫流の先端位置として判別した。氾濫流の伝播速度は、判別した氾濫流の先端の位置を、現時点と前時点で差分し、所要時間で除すことで算出した。これによって、氾濫流の伝播速度の時間分布を得て、氾濫流の伝播速度の時間分布の平均値をとることで、その条件における氾濫流の代表的な伝播速度とした。さらに、各計算条件における移流項無しに対する移流項有りの氾濫流の伝播速度の乖離度を算出することで、移流項が氾濫予測計算に与える影響を評価した。

3.2 水頭差と氾濫流の伝播速度の関係

図-3 に水頭差 Δh と氾濫流の伝播速度の関係を、図-4 に水頭差 Δh と氾濫流の伝播速度の乖離度の関係を示す。水頭差 Δh と氾濫流の伝播速度の關係に着目すると、移流項の有無に関わらず、水頭差 Δh が増加すれば氾濫流の伝

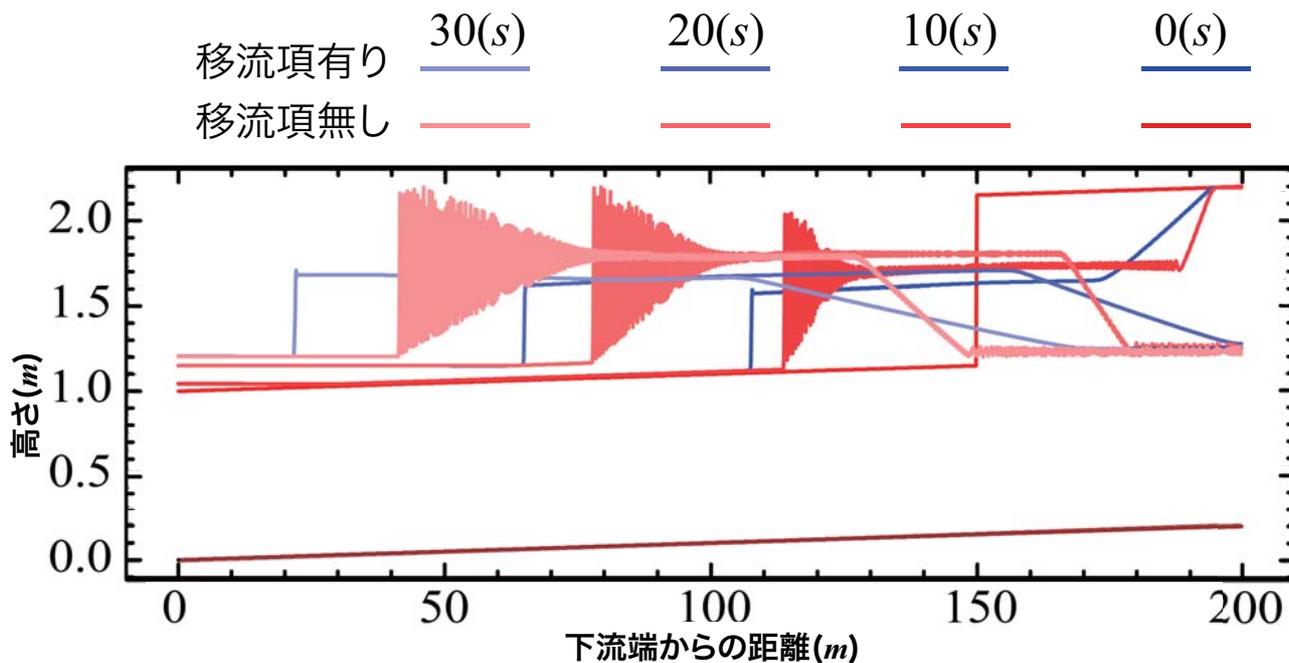


図-2 各時刻での氾濫流の水面形状 ($\Delta h=0.5(m)$, $ib=1/1000$)

播速度が増加することがわかった。また、水頭差 Δh に関わらず移流項を加味した計算の方が移流項を加味しない計算よりも、常に氾濫流の伝播速度が速いことがわかった。水頭差 Δh と伝播速度の乖離度の関係に着目すると、氾濫流の伝播速度の乖離度は水頭差 Δh の増加に伴って大きくなった。また、その増加量は水頭差 Δh の増加に伴って、緩慢になっている。

3.3 底面勾配と氾濫流の伝播速度の関係

図-5 に底面勾配 ib と氾濫流の伝播速度の関係を示す。図-6 に底面勾配 ib と氾濫流の伝播速度の乖離度の関係を示す。底面勾配 ib と氾濫流の伝播速度の関係に着目すると、移流項を加味した計算では、底面勾配 ib の増加に伴って氾濫流の伝播速度は増加する傾向が見られた。一方、移流

項を加味しない計算では、底面勾配 ib の増加に対する氾濫流の伝播速度の増加量は、移流項を加味した計算と比較して小さかった。また、底面勾配 ib に関わらず移流項を加味した計算の方が移流項を加味しない計算よりも、常に氾濫流の伝播速度が速いことがわかった。底面勾配 ib と伝播速度の乖離度の関係に着目する。氾濫流の伝播速度の乖離度は底面勾配 ib の増加に伴って大きくなった。また、その増加量は底面勾配 ib の増加に対してほぼ一定幅であった。

3.4 各計算条件における氾濫流の伝播速度の乖離度

本節では、各 Case における移流項無しに対する移流項有りの氾濫流の伝播速度の乖離度を算出した結果を示す。表-2 に設定した各計算条件における伝播速度の乖離度を示す。水頭差 Δh が小さく底面が緩勾配である条件の Case

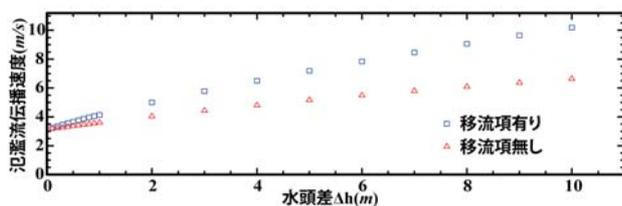


図-3 水頭差 Δh と氾濫流の伝播速度の関係

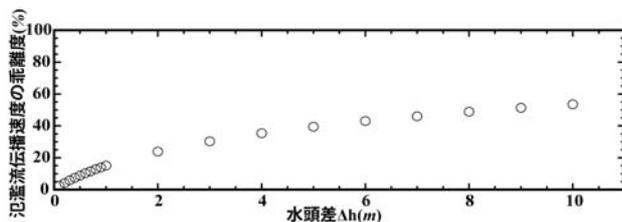


図-4 水頭差 Δh と伝播速度の乖離度の関係

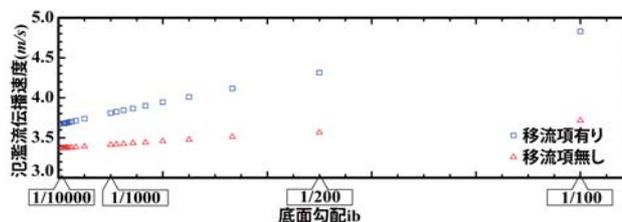


図-5 底面勾配 ib と氾濫流の伝播速度の関係

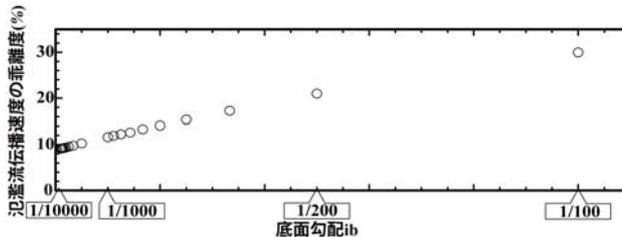


図-6 底面勾配 ib と伝播速度の乖離度の関係

表-2 各条件における氾濫流の伝播速度の乖離度 (%)

			水頭差 Δh (m)			
			A	B	C	D
			0.5	1.0	5.0	10.0
底面勾配 ib	I	0	8.82	15.02	39.49	53.59
	II	1/10000	9.12	15.32	39.50	53.59
	III	1/1000	11.61	17.26	40.29	54.14
	IV	1/100	29.96	32.87	46.82	57.71

A-I, Case A-II, Case B-I, Case B-II での氾濫流の伝播速度の乖離度は 10~15 % 程度であった。しかし、底面が緩勾配であるにも関わらず水頭差 Δh が大きい Case C-I, Case C-II, Case D-I, Case D-II では、氾濫流の伝播速度の乖離度は大きくなり、水頭差 $\Delta h=10.0$ (m) では 50 % 程度まで上昇する。また、水頭差 Δh が小さく底面が急勾配である Case A-III, Case A-IV, Case B-III, Case B-IV でも、氾濫流の伝播速度の乖離度は大きくなり、底面勾配 $ib=1/100$ では 30 % 程度まで上昇する。さらに、水頭差 Δh 及び底面勾配 ib が共に大きい Case C-III, Case C-IV, Case D-I II, Case D-IV では、氾濫流の伝播速度の乖離度は前述の Case と比較して大きい値となった。これは、伝播速度の乖離度の水頭差 Δh と底面勾配 ib によるものが相乗されたためであると考えられる。これらの結果から、水頭差 Δh の増加に伴って氾濫流の伝播速度の乖離度の水頭差 Δh によるものが占める割合が増えたと考えられ、たとえば水頭差 Δh が小さくとも底面勾配 ib が急であれば氾濫流の伝播速度の乖離度は大きくなる可能性があると言える。底面勾配 ib についても同様に、たとえば底面勾配 ib が緩やかであっても水頭差 Δh が大きければ氾濫流の伝播速度の乖離度は大きくなる可能性があると言える。つまり水頭差 Δh や底面勾配 ib が大きい箇所における氾濫計算では、移流項を加味しなければ現象に則することができないことがわかる。

また、氾濫流の伝播速度の乖離度の増加は、底面勾配 ib と水頭差 Δh の両者の増加に伴って発生しているが、その増加量は、設定した計算条件内においては後者の方が大きかった。しかしながら底面勾配 ib が大きい場合には氾濫流の伝播速度は重力加速度の影響を強く受け、空間的、時間的に加速すると考えられる。その結果、氾濫流の到達まで時間の掛かる破堤点から離れた箇所であるほど、氾濫流の

伝播速度が大きくなる。したがって、底面勾配 ib による氾濫流の伝播速度の乖離度は空間的に変化し、増加する可能性を秘めていると考えられる。

4 結論

本研究では、氾濫計算における移流項の重要性について、流速の空間勾配を生む要因である堤防高や底面勾配が異なる地形において、移流項の有無が解に与える影響を検討した。また、移流項の有無が氾濫計算に与える影響は、各計算条件における移流項無しに対する移流項有りの氾濫流の伝播速度の乖離度を算出することで評価した。得られた成果を以下に示す。

- (1) 堤防高及び底面勾配が増加することによって、氾濫流の伝播速度は移流項の有無にかかわらず増加することを確認した。
- (2) 移流項を加味する氾濫計算は、移流項を加味しない氾濫計算に対して常に速い氾濫流の伝播速度を有し、またその乖離度は堤防高及び底面勾配の増加に伴い増加することを確認した。

参考文献

- 1) 安田 浩保, 白土 正美, 後藤 智明, 山田 正: 水防活動の支援を目的とした高速演算が可能な浸水域予測モデルの開発, 土木学会論文集, Vol.740, 2003.