液状化解析パラメータセットの統計的構造化

新潟大学大学院自然科学研究科　学生会員　鶴田　将也
東北大学大学院工学研究科土木工学専攻　　正会員　大竹　　雄
新潟大学大学院自然科学研究科　学生会員　茂野　恭平
京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻　　正会員　肥後　陽介

1.　はじめに

液状化による地盤の変形量を予測する手法として，動的有効応力解析 LIQCA[1]をはじめとする高度な数値解析手法が用いられている．LIQCA では，多くの入力パラメータ(物理パラメータ 7 個,フィッティングパラメータ 6 個)を事前に設定する必要がある．物理パラメータは，土質試験を行うことで設定することができるが，フィッティングパラメータは，繰り返し三軸試験によって得られる液状化強度曲線などに，要素シミュレーション結果をフィッティングすることで定性的に決めることが求められることが実用上に課題となっている．大竹ら[2]は，これらの入力パラメータが相関関係を有している可能性を示し，主成分分析による統計的な縮約による構造化の可能性とベイズの定理を用いて少ない観測（パラメータ）から効率的にパラメータ推定を行う方法を提案している．本研究では，大竹らの研究で用いられたデータベースを拡充するとともに，主成分空間の物理的意味の解釈を行い，データからの解釈と地盤工学的視点を融合したパラメータの推定方法の提案と検証を行うことを目的としている．

2.　本研究のデータについて

本研究で用いるデータは，大竹らの研究で用いたデータベースに関西の河川堤防基礎地盤で採取されコアサンプルを加えた合計 24 個のパラメータ設定事例である．さらに本研究では，液状化解析 LIQCA パラメータ 13 個(物理パラメータ 7 個，フィッティングパラメータ 6 個)に加えて，現場で容易に観測でき，液状化に関係の深いパラメータである細粒分含有率と N 値を追加し，15 個のパラメータでデータベースを構築する．地盤特性ごとに自然堆積土 15 セット，実験砂 5 セット，埋立地土 4 セットの 3 種類を含む.

3.　研究方法

3.1　モード分解(PCA)

収集したパラメータセットをまとめて$\mathbf{Z}_p \in \mathbb{R}^{n_p \times n_{data}}$として格納する．

$$\mathbf{Z}_p = \left[\boldsymbol{z}_{p,1}\ \ \boldsymbol{z}_{p,2}\ \ \cdots \boldsymbol{z}_{p,n_{data}}\right] \tag{1}$$

ここで，n_pは，数値解析に必要な入力パラメータ数n_{data}は，収集したパラメータセット数である．それぞれのパラメータを確率分布$F(z_p(h))$，$h = 1, \dots n_p$について当てはめ，標準正規分布に変換を行うと，各パラメータの確率変数ベクトル$\boldsymbol{x}$は，次のようになる．

$$\boldsymbol{x} = \left(\boldsymbol{z}_p^n(1), \boldsymbol{z}_p^n(2), \dots, \boldsymbol{z}_p^n(n_p)\right)^T \tag{2}$$

それぞれのパラメータベクトルをまとめた行列を$\mathbf{Z}_p^{n\prime} \in \mathbb{R}^{n_p \times n_{data}}$とする．パラメータセットのうち，$\boldsymbol{F_c}$と$\boldsymbol{SPT}$のデータが欠損しているものが多いため，直接的に共分散行列を導出できない．そのことからパラメータ間の相関係数を出し，各パラメータの標準偏差と相関係数から(3)を使って，共分散を導出することができる．

$$\boldsymbol{Cov}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \boldsymbol{cor}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \times \boldsymbol{sd}(\boldsymbol{x}) \times \boldsymbol{sd}(\boldsymbol{y}) \tag{3}$$

$\boldsymbol{Cov}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ ：$\boldsymbol{x}$と$\boldsymbol{y}$の共分散
$\boldsymbol{cor}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ ：$\boldsymbol{x}$と$\boldsymbol{y}$の相関係数
$\boldsymbol{sd}(\boldsymbol{x})$ ：$\boldsymbol{x}$の標準偏差
$\boldsymbol{sd}(\boldsymbol{y})$ ：$\boldsymbol{y}$の標準偏差

(3)で求めた共分散と各パラメータの分散を用いて共分散行列を作成する．

共分散行列$\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$は以下のようにモード分解できる．

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{U}_{z_p} \boldsymbol{\Lambda}_{z_p} \mathbf{U}_{z_p}^T \tag{4}$$

ここで，$\mathbf{U}_{z_p} \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$は入力パラメータに関する固有ベクトル，$\boldsymbol{\Lambda}_{z_p} \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$は，固有値を大きい順に対角項に並べた行列である．採用する次元数$r_c = 3$として次元縮約し，パラメータセット$\mathbf{Z}_p^{n\prime}$を固有値空間へ射影した主成分得点$\widetilde{\mathbf{Y}}_p \in \mathbb{R}^{r_c \times n_{data}}$に基づいて，各パラメータの関係性の整理を行う．

$$\widetilde{\mathbf{Y}}_p = \mathbf{U}_{z_p, r_c}^T \mathbf{Z}_p^{n\prime} \tag{5}$$

3.2　ベイズ更新

$\boldsymbol{x}$を２つの部分ベクトル，既知の確率変数の部分べ

クトル$\boldsymbol{x}_1$と未知の確率変数の部分ベクトル$\boldsymbol{x}_2$に分割すると次のようになる.

$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)^T \tag{6}$$

次に，確率変数のパラメータも分割して表示する.

$$\boldsymbol{\mu} = (\boldsymbol{\mu}_1^T, \boldsymbol{\mu}_2^T)^T \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{11} & \boldsymbol{\Sigma}_{12} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{12}^T & \boldsymbol{\Sigma}_{22} \end{bmatrix} \tag{8}$$

ここで，$\boldsymbol{\mu}_1$は既知の平均ベクトル，$\boldsymbol{\mu}_2$は未知の平均ベクトル，$\boldsymbol{\Sigma}_{11}$は既知の確率変数ベクトルの共分散行列，$\boldsymbol{\Sigma}_{12}$は既知の確率変数と未知の確率変数の共分散行列である．事後分布のパラメータはベイズの定理より，下記のように解析的に算出することができる.

$$\boldsymbol{\mu}_1^p = \boldsymbol{\mu}_1 + \boldsymbol{\Sigma}_{11}(\boldsymbol{\Sigma}_{11} + \mathbf{R})^{-1}(\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{\mu}_1) \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\mu}_2^p = \boldsymbol{\mu}_2 + \boldsymbol{\Sigma}_{21}(\boldsymbol{\Sigma}_{11} + \mathbf{R})^{-1}(\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{\mu}_1) \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{11}^p = \boldsymbol{\Sigma}_{11} - \boldsymbol{\Sigma}_{11}(\boldsymbol{\Sigma}_{11} + \mathbf{R})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{11} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{12}^p = \boldsymbol{\Sigma}_{12} - \boldsymbol{\Sigma}_{11}(\boldsymbol{\Sigma}_{11} + \mathbf{R})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{12} = \boldsymbol{\Sigma}_{21}^{pT} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{22}^p = \boldsymbol{\Sigma}_{22} - \boldsymbol{\Sigma}_{21}(\boldsymbol{\Sigma}_{11} + \mathbf{R})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{12} \tag{13}$$

ここで，$\boldsymbol{\mu}_1^p, \boldsymbol{\mu}_2^p, \boldsymbol{\Sigma}_{11}^p, \boldsymbol{\Sigma}_{12}^p, \boldsymbol{\Sigma}_{21}^p, \boldsymbol{\Sigma}_{22}^p$は，式(7)，式(8)にそれぞれ対応する事後分布パラメータ，$\mathbf{R}$は観測量誤差である.

今回は観測パラメータとして以下 3 パターンを考え，ベイズ更新後の結果を比較する.

①初期間隙比e_0, 破壊応力比M_f, 無次元化初期せん断係数G_0/σ_m',

②細粒分含有率F_cと N 値SPT,

③e_0， M_f ，G_0/σ_m'，F_c，SPT

3.3 交差検証法

本研究のモデルの有効性の検証には，交差検証法を用いる．本研究のデータベースを 23 個のパラメータセットと 1 個のパラメータセットで分け，23 個の学習データでモデルを作成し，1 個を検証データとする．検証データはベイズ更新を行なう際の観測データとしても使用する．ベイズ更新結果と検証データとの比較は，要素シミュレーション(液状化強度曲線，動的変形特性曲線)を用いて推定精度の検証を行う.

4. 研究結果・考察

4.1 モード分解による解析パラメータ間の相関関係

主成分分析を行った結果，第一主成分の寄与率が約 42%，第二主成分までの累積寄与率が約 57%，第三主成分までの累積寄与率が約 68%となっている.

図 1 上の矢印は LIQCA に用いるパラメータを表しており，それぞれのパラメータが各主成分に与える影響度を表している．主成分軸の解釈については影響度の高いパラメータを見て判断する．第一主成分軸は負側にせん断剛性に関わるパラメータのG_0/σ_m'，硬化関数中のパラメータB_0，B_1， SPTが寄与していること，正側にはひずみやダイレイタンシーを表すパラメータのe_0, 膨潤指数κ，F_cが寄与していることから総合的な剛性を表す軸とした.

第二主成分は，負側にダイレイタンシーを小さくする擬似過圧密比OCR^*, ダイレイタンシー係数nがあり，正側にダイレイタンシーを大きくする圧縮指数λ，ダイレイタンシー係数D_0があることから，ダイレイタンシーを表す軸であると考えられる.

第三主成分は，負側に変相後の挙動を表すM_f，M_m，B_1，塑性規準ひずみγ_r^P，λ, 正側に初期状態を表すe_0，B_0, 弾性規準ひずみγ_r^Eが大きな寄与を示している．B_0，B_1は硬化関数中のパラメータであるが，B_0が初期の剛性を表すパラメータ，B_1が残留（下限値）剛性のパラメータを表しており，B_0が正，B_1が負の方向と逆の寄与を示している.

以上から，第 3 主成分得点が正側には初期の剛性は大きいが液状化すると大きく剛性が低減する傾向がある地盤試料が分布していると考えられ，負側には初期の剛性も残留の剛性が小さく柔らかい砂を持つ地盤試料が分布していると考えられる．図 2 より確かに正側には自然堆積土が分布し，負側に埋め立て土が多く分布していることが分かる．よって，液状化到達後の粘りの軸という解釈ができる.

4.2 交差検証法による推定精度の検証

検証データとして関西の河川堤防基礎地盤のデータを外挿して用い，観測パラメータ別にベイズ更新を行った．図 2,3 左図は，bi-plot が示されている．主成分空間において，学習データを元にパラメータセット(10000 ケース)を灰色のプロットで示している. 同心円上に均等に分布していたもの（事前分布）がベイズ更新後，検証データの周辺に集まることが分かる．図 3 左図より，観測パラメータにF_c，SPTを追加するとさらにばらつきが減少し，推定精度が上がることが分か

る．

また，図-2,3 右図は事後分布のパラメータセットの推定結果を観測パラメータ別に表している．各パラメータの実測値と推定値をそれぞれ青丸と黒丸で示し，$\pm\sigma$の範囲で灰色のハッチングを行った図である．いずれもほぼ全てのパラメータが灰色の範囲に入っていることから概ね良い推定結果を得られていることが分かる．

図 4,5 右図は，観測パラメータ別に事後の各パラメータの平均ベクトルと共分散行列でパラメータセット(100 ケース)を生成し，要素シミュレーションを行った結果である．計算例として液状化強度曲線を示す．100 ケースのパラメータセット，事後の各パラメータの平均ベクトル(パラメータセット)，各パラメータの平均ベクトル$\pm\sigma$のパラメータセット，検証データのパラメータセットの要素シミュレーションを行った結果がそれぞれ灰線，赤線，赤点線，青線である．図 4,5 左図は，図 4,5 右図における赤線(推定値)，赤点線($\pm\sigma$)のパラメータセットの主成分空間における分布をそれぞれ赤丸と白丸で示している．3 つの観測パラメータ(e_0，M_f，G_0/σ'_m)にF_c，SPTを入れることで推定結果が検証データにより近づいていること，液状化強度曲線のばらつきが抑えられていることが分かる．

図 6 に観測パラメータ別の分散を示す．図 7 の黒点線が事前のパラメータの分散を取ったもの，実線はベイズ更新後のパラメータの分散を表している．赤が①，青が②，緑が③のパラメータでベイズ更新した結果となる．この結果からe_0，M_f，G_0/σ'_mの 3 つの観測パラメータでは，ダイレイタンシーに起因するパラメータであるλやOCR^*やD_0やnの分散が大きいことが分かる．つまり，ダイレイタンシーに関するパラメータの推定がうまくできないことを示している．逆に，細粒分含有率F_cと N 値SPTの 2 つの観測パラメータを追加するとダイレイタンシーに関するパラメータに影響を与え，より効率かつより正確な推定が行えている．

5.　結論

既往の研究のデータベースを拡充するとともに，主成分空間の物理的意味の考察を行った．13 個のパラメータに細粒分含有率F_cと N 値SPTの 2 個のパラメータを加え，パラメータごとに確率分布特性を導き，モデルの再構築を行った．さらに交互検証法を用いて，外挿推定における解析パラメータセットの推定精度の定量化を行った．現場で観測され，値の入手が容易なパラメータe_0，M_f，G_0/σ'_m，F_c，SPTからその他のパラメータの推定がF_c，SPTを加えることにより正確に行えることが要素シミュレーションを通して，確認できた．

6.　今後の展望

液状化特性が把握されている実際の地盤に適用して，どの程度推定結果と地盤工学的考察が合致するかを検証する．地盤データは 24 個と少ないため，地盤データの追加を行い，多様な地盤に適用しうるモデルの精度を上げたいと考えている．

7.　参考文献

1) 液状化解析手法 LIQCA 開発グループ ： LIQCA2D07 (2007 年公開版) 資料，2007.

2) 大竹　雄，茂野　恭平，渡邉　慎也，肥後　陽介，村松　正吾：モード分解を用いた時空間の特徴抽出に基づく数値解析を用いた動的信頼性解析法：有効応力動的解析への適用，土木学会論文集，2020.

3) 檀上　航：大阪平野西部地盤の地震時動的挙動評価とゾーニングに関する研究，京都大学修士論文，2018.

4) 公益社団法人日本道路協会：道路橋示方書・同解説 Ⅳ下部構造編，2017. 11

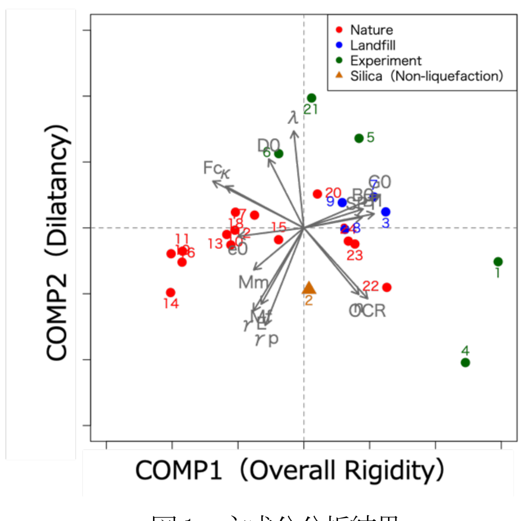
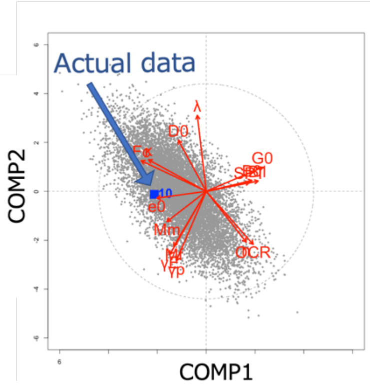


図 1　主成分分析結果

x 軸が第 1 主成分軸，y 軸が第 2 主成分軸



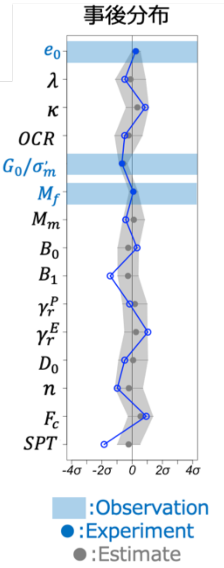


図２　主成分分析結果

（e_0，M_f，G_0/σ'_m観測）

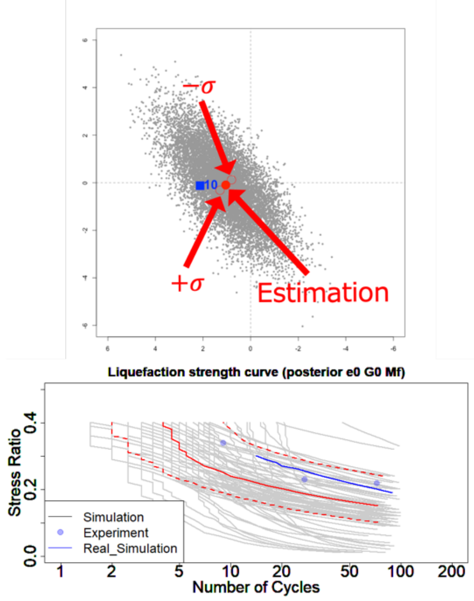
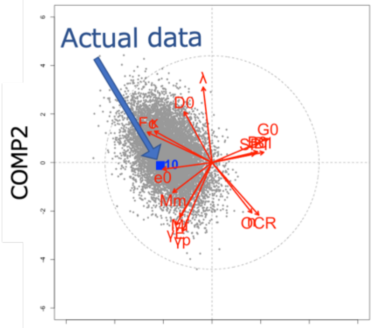


図４　液状化強度曲線結果

（e_0，M_f，G_0/σ'_m観測）



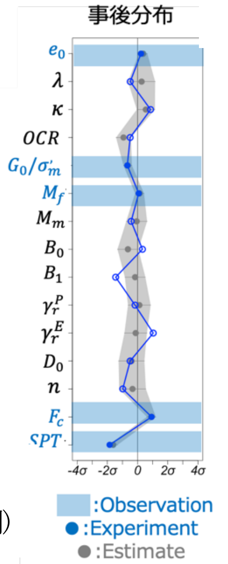


図３　主成分分析結果

（e_0，M_f，G_0/σ'_m，F_c，SPT観測）

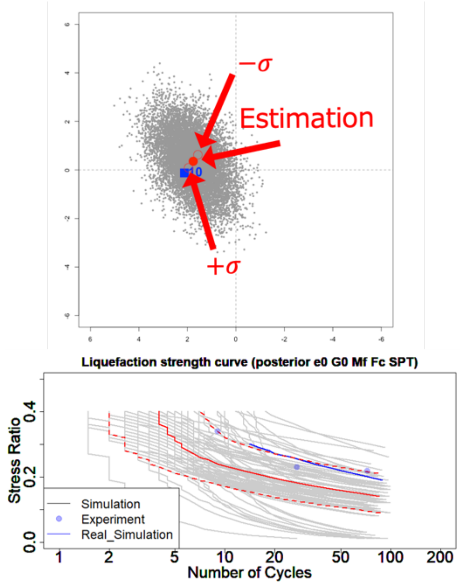


図５　液状化強度曲線結果

（e_0，M_f，G_0/σ'_m，F_c，SPT観測）

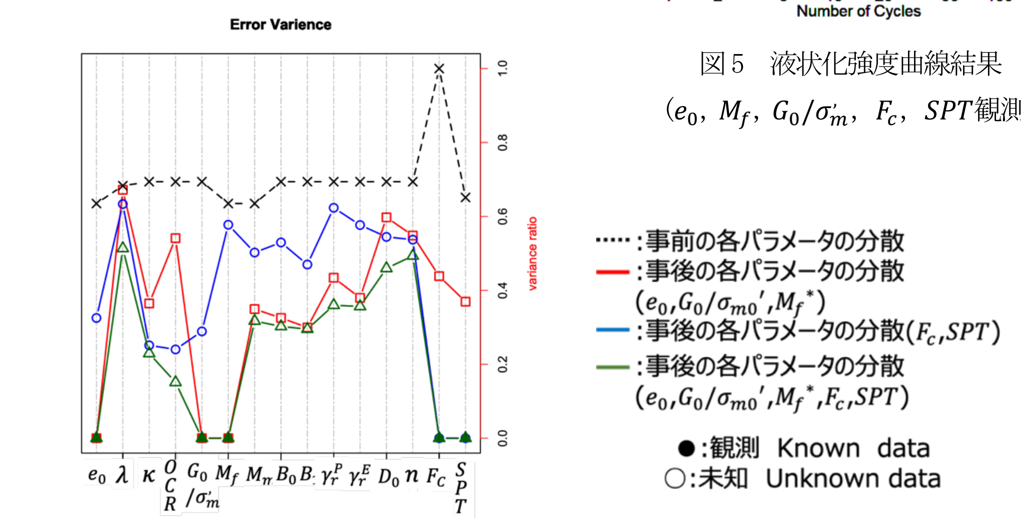


図６　観測別の各パラメータの分散