

軌道における初期通り変位と道床横抵抗力のバラツキが及ぼす座屈余裕度への影響

新潟大学大学院自然科学研究科 学生員 ○岩井 翔
新潟大学工学部社会基盤工学プログラム 正会員 阿部 和久
新潟大学工学部社会基盤工学プログラム 正会員 紅露 一寛

1 はじめに

ロングレール軌道は、列車走行時の振動・騒音低減や乗り心地改善などに有効なため、在来線への導入が進められている。しかし、レールが長い距離にわたりまくらぎを介して道床から抵抗力を受けるため、両端の区間を除きその内側では軌道長手方向の伸縮がほぼ完全に拘束される事となる。その結果、この様な不動区間ではレールの温度変化が軸力に置換され、高温時には座屈誘発の恐れが高まる。特に夏季の日最高気温が上昇傾向にある近年はその危険性が増し、適切な管理が今後より重要になると考えられる。

当研究室¹⁾では、軌道の初期通り変位波形におけるバラツキが軌道座屈の確率特性に及ぼす影響について検討した。初期通り変位波形を所定の距離相関関数に従うランダム波形で与える座屈解析のモンテカルロシミュレーション(以降、MCS)を実施し、その標準偏差と相関長が飛び移り座屈温度と最低座屈温度の確率分布に及ぼす影響を調べた。また、飛び移り座屈温度と最低座屈温度との差である座屈余裕度について、座屈確率が0.1%の場合を例に具体的に求め、確率的にどれほどの余裕が確保できるか示した。

上述の研究ではいずれも一定の軌道長の下での解析結果を示しているが、軌道長が異なれば当然座屈確率は異なる。文献²⁾では、ある軌道長の下で得た座屈確率を異なる軌道長に対応させる手法を理論的に導出している。しかし、数kmの軌道長に対応するためには解析モデルにおいて極めて低域の座屈確率を把握する必要がある。MCSにおいて、それを精度よく評価するためには一般に極めて多数のサンプルが必要になり、計算負荷の増大が伴うため何らかの効率化が望まれる。そこで本研究では、部分集合シミュレーション³⁾を適用した解析手法を導入し、手法の妥当性を確認した上で、初期通り変位波形のバラツキが軌道座屈の確率特性に及ぼす影響を再評価をする。また、座屈温度は道床横抵抗力にも依存するため、本研究では道床横抵抗力が座屈温度に与える影響を考慮した座屈余裕度を評価する。

2 解析手法

2.1 軌道モデル

軌道は図1に示す左右ロングレールとまくらぎから構成される軌きょうによりモデル化する。レールは横方向たわ

みと長手方向の伸縮を考慮した Euler ばり要素で与え、有限たわみ理論の下に有限要素で離散化する。まくらぎは等間隔 L で配置し、横方向と軌道長手方向の変位を考慮した剛な棒として与える。レールとまくらぎの締結部には、回転バネ k_R と横方向バネ k_T を設定し、まくらぎに作用する道床横抵抗力 f_T と縦抵抗力 f_L は次の非線形式で与える。

$$\begin{aligned} f_T &= f_{0T} \frac{u_{ST}}{a_T + |u_{ST}|} \\ f_L &= f_{0L} \frac{u_{SL}}{a_T + |u_{SL}|} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで u_{ST} , u_{SL} はまくらぎの横変位と軌道長手方向の変位、 f_{0T} , f_{0L} は最終道床横・縦抵抗力、 a_T , a_L は作用力が最終道床横・縦抵抗力の1/2を与えるときの変位である。ただし、道床横抵抗力はまくらぎ一本分に対応するのに対し、道床縦抵抗力は図1に示すようにレール一本分(まくらぎ1/2本分)に対応して設定する。

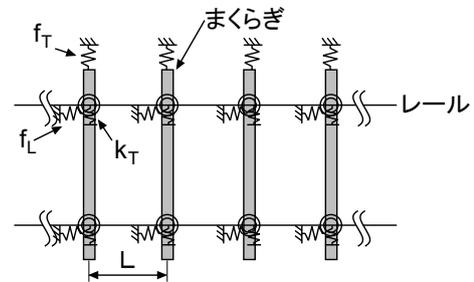


図1 軌道モデル

2.2 初期通り変位波形の生成

本研究では、長さ L の軌道区間において、ランダムな初期通り変位波形を設定する。軌道検測装置により過去に取得された通り変位の10m正弦波データ⁴⁾から、原波形の距離相関を次式で設定した。

$$R(x) = \sigma^2 e^{-\left(\frac{x}{d}\right)^2} \quad (2)$$

ここで、 σ は通り変位波形の標準偏差、 d は相関長である。対象区間を N 等分割し、各分割点 x_i を次式で設定する。なお $x_0 = 0$ と $x_N = l$ の点において波形振幅はゼロとする。

$$x_i = i\Delta x \quad (i = 0, \dots, N), \quad \Delta x = \frac{l}{N} \quad (3)$$

レール通り変位波形の x_i における値を w_i とし、その離散データを成分とするベクトルを $\{W_0\}$ とすると、当該ベクトルに関する分散・共分散行列 $[C]$ は次式で与えられる。

$$[C] = E(W_0 \cdot W_0^T) \quad (4)$$

初期通り変位波形ベクトル $\{W_0\}$ を期待値がゼロであり、且つ式 (5) の分散・共分散行列で与えられる正規確率過程に従うものとする、 $\{W_0\}$ は次式により生成することができる。

$$\{W_0\} = [\Phi][\Lambda^{1/2}]\{\xi(\eta)\} \quad (5)$$

ここで、 $[\Phi]$ は行列 $[C]$ に関する固有ベクトルを縦ベクトル成分として並べて得られる行列、 $[\Lambda^{1/2}]$ はそれらに対応する固有値の平方根から得られる対角行列である。また、 ξ は期待値 0、標準偏差 1 の標準正規乱数を各成分に持つランダムベクトルである。

2.3 部分集合シミュレーション³⁾における軌道座屈解析

上記の手法で左右レールにランダムな初期通り変位を設定し、弧長増分法⁵⁾に基づき軌道座屈解析を行い、飛び移り座屈温度と最低座屈強さを求める MCS を n ケース分実施する。その後、その結果に基づきある確率レベルを定め、それ以下となる部分集合からその近傍サンプルを元の n 個に達するまで発生させる。再び同じ操作を繰り返し、部分集合を徐々に小さくする事で低確率域を効率的に把握する部分集合シミュレーションを行う。

n 個の座屈温度 T_i の内ある確率レベル P_i に関して、それに該当する座屈温度 T_{n_i} 以下の座屈温度を与える部分集合 T_{i+1} を抽出する。式 (5) の初期通り変位波形ベクトルを構成するランダムベクトル ξ は $[0,1]$ の一様乱数 η から ξ の確率分布関数 P_ξ を介して、次の関係に基づき決定される。

$$\eta = P_\xi(\xi) \rightarrow \xi = P_\xi^{-1}(\eta) \quad (6)$$

式 (6) より η が定まると式 (5) により w_i が定まる。すると、座屈解析により η と座屈温度 T に一対一の関係が得られる。 P_i 以下の抽出された集合 S_{i+1} に属するサンプルは n_{i+1} 個存在する。操作を繰り返し適用して S_{i+2} に属するものを得る過程において、サンプル数が減少する事で生じる精度低下を防ぐために、 S_{i+1} に属するサンプル数が n 個になるように η_i の近傍サンプル η_{i+1} を次式に従い生成する。

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \hat{\sigma}S_i \quad (7)$$

なお、 $\hat{\sigma}$ は任意の変動幅、 S_i はある確率密度関数で規定さ

れるランダムデータである。式 (7) で生成された近似サンプル η_{i+1} を基に座屈解析を行い、座屈温度が T_{n_i} 以下であれば採用し、そうでなければサンプルの元の温度を採用する。以上の操作を総数が n 個に達するまで行い、再び絞り込む操作を任意の回数行う事で低確率域の確率分布を把握する。

2.4 異なる軌道長における座屈確率

軌道座屈が、レール軸力が概ね一定値をとる不動区間において発生するものと仮定し、異なる軌道長における座屈確率を求める²⁾。不動区間 l_R を持つ軌道が温度 t 以下で座屈する確率 $P_{l_R}(t)$ が得られたならば、式 (8) により不動区間 $m \times l_R$ を持つ軌道が温度 t 以下で座屈する確率 $P_{ml_R}(t)$ が導出できる。

$$P_{ml_R}(t) = 1 - \{1 - P_{l_R}(t)\}^m \quad (8)$$

3 解析条件

座屈解析に当たり、50kgN レールで構成される軌道を想定し、レールや道床横・縦抵抗に関する各種設定値を表 1 のように与えた。なお、表 1 において EI 、 EA 、 α はレールの曲げ剛性、伸び剛性および線膨張係数である。左右レールともにまくらぎ 1 区間 (0.6m) をはり要素で 2 等分割し、軌道をまくらぎ 1200 区間 (720m) で与えた。その際に、軌道両端は変位を固定せず、温度伸縮や座屈過程での軌道長手方向変位を許容するようにした。以下の解析では MCS による解析を 1000 ケース行った後、確率レベル 10 % 以下の部分集合を 5 回絞り込むシミュレーションを実施する。また、本軌道モデルの不動区間は 300m 程度であるが、解析結果は式 (8) に従い導出した 1km の不動区間を持つ軌道に換算した。

表 1 各種物性値

EI (N·m ²)	6.63×10^5
EA (GPa)	1.32×10^9
α (1/°C)	12×10^{-6}
L (m)	0.6
k_T (N/m)	40×10^6
k_R (N/rad)	2×10^4
f_{0T} (N)	5500
a_T (mm)	1.0
f_{0L} (N)	2500
a_L (mm)	1.0

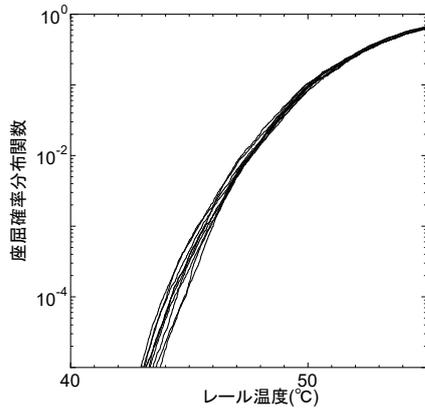


図2 部分集合シミュレーションの誤差 ($\sigma = 5\text{mm}$, $d = 1.7\text{m}$)

4 解析結果

4.1 部分集合シミュレーションの妥当性

部分集合シミュレーションの妥当性を確認するため、式(2)の距離相関を $\sigma = 5\text{mm}$, $d = 1.7\text{m}$ とし、部分集合シミュレーションによる軌道座屈解析を10回実施した。図2に全てのケースにおける座屈確率分布を示す。図示した座屈確率において、ケース間の最大のバラツキは 0.94°C であった。なお、従来法のMCSにおける計算精度は1000ケースの解析で座屈確率0.1%において 1°C 程度であり、同程度の計算精度で低確率域に特化した解析が可能となっている。

4.2 初期通り変位波形の標準偏差と相関長が座屈確率特性に及ぼす影響

式(2)における初期通り変位の相関長を $d = 1.7\text{m}$ に固定し、標準偏差を $\sigma = 3, 4, 5, 8\text{mm}$ で解析を行い、その結果を式(8)に従い1kmの不動区間を持つ軌道に換算した座屈確率分布を図3に示した。図より、飛び移り座屈温度の分布には、確率密度関数と同様に σ の影響が顕著に現れ、わずか1mmの違いが座屈確率に大きく影響することが分かる。対して、最低座屈強さは変化が少ない事が分かる。

図4には、標準偏差を $\sigma = 5\text{mm}$ に固定し、相関長を $d = 0.5, 1.5, 2.5\text{m}$ での座屈確率分布を示した。図より、 $d = 1.5\text{m}$ で最小値を取り、その後で増加していることが分かる。また、標準偏差の影響と比べるとその変化は共に小さい事が分かる。

4.3 初期通り変位波形の標準偏差と相関長が座屈余裕度に及ぼす影響

図3、図4に示した結果より、飛び移り座屈温度と最低座屈温度との差で与えられる座屈余裕度を、座屈確率が0.1%の場合を例に求めた。 $d = 1.7\text{m}$ の下、標準偏差が座屈余裕度に与える影響を図5に示す。実線は部分集合シミュレーションの結果、破線はMCSにおける結果を示している。図

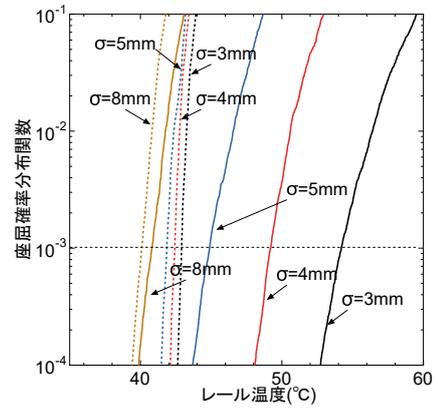


図3 通り変位の標準偏差がレール温度と座屈確率との関係に及ぼす影響 (実線:飛び移り座屈, 破線:最低座屈, $d = 1.7\text{m}$)

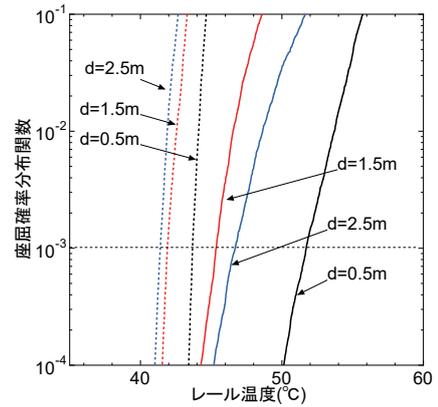


図4 通り変位の相関長がレール温度と座屈確率との関係に及ぼす影響 (実線:飛び移り座屈, 破線:最低座屈, $\sigma = 5\text{mm}$)

より、4.(2)に述べた様な初期通り変位波形の標準偏差による座屈余裕度への顕著な影響が確認できる。特に標準偏差の増加と共に座屈余裕度は急減少し、飛び移り座屈温度の初期通り変位に対する鋭敏性が反映されている様子が窺える。 $\sigma = 5\text{mm}$ に固定し、相関長が座屈余裕度に与える影響を求めた結果を図6に示す。図より、 $d = 1.5\text{m}$ 付近で最小値をとっている事が分かる。よって、 $d = 1.7\text{m}$ の下で求めた図5は各標準偏差における座屈余裕度の最低値を概ね示し、実際の初期通り変位波形の相関長がいかなる値を取ったとしても、各標準偏差の下で最低限確保し得る座屈余裕度は図5より把握可能である。以上の検討はMCSを用いた座屈解析においても実施したが¹⁾、部分集合シミュレーションにより同傾向の結果が得られている事が確認できた。

4.4 道床横抵抗力のバラツキが座屈確率特性に及ぼす影響

軌道における道床横抵抗力のバラツキの空間変動の実態が明らかでない現状では、各節点毎に設定する道床横抵抗力を変動させ、解析を実施したとしても、実軌道の傾向を把握することは難しい。そこで、最終道床横抵抗力が軌道長手方向に一定値を取りつつ、それが軌道毎にランダムな

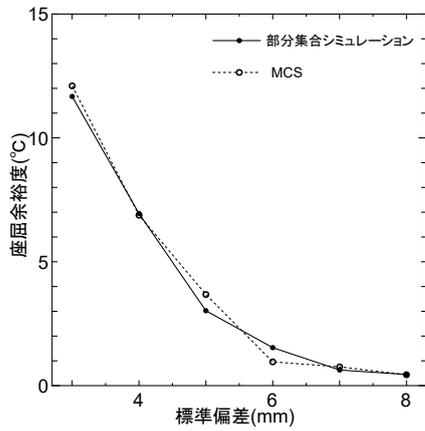


図 5 通り変位の標準偏差が座屈余裕度に及ぼす影響 ($d = 1.7\text{m}$)

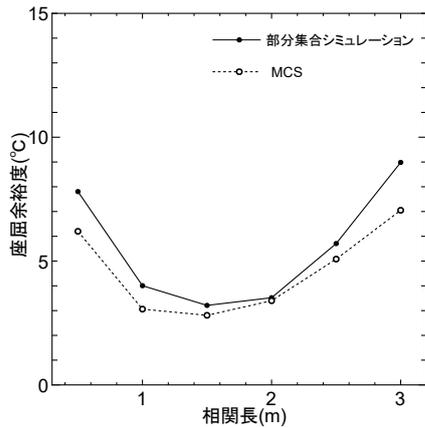


図 6 通り変位の相関長が座屈余裕度に及ぼす影響 ($\sigma = 5\text{mm}$)

値を取る場合を想定し、初期通り変位に加え最終道床横抵抗力のバラツキを考慮して、それが座屈余裕度に与える影響について調べる。式 (2) で $\sigma = 5\text{mm}$, $d = 1.7\text{m}$ の下、軌道長手方向に一様な最終道床横抵抗力の値を式 (9) に示す確率密度関数 p_f に従い設定する。

$$p_f(f_{0T}) = \frac{15}{16f_{max}} \left\{ 1 - \left(\frac{f_{0T} - \bar{f}_{0T}}{f_{max}} \right)^2 \right\}^2, \quad (9)$$

$$|f_{0T} - \bar{f}_{0T}| \leq f_{max}$$

ここで、 f_{max} は MCS における最終道床横抵抗力の変動幅、 \bar{f}_{0T} はその中央値である。座屈確率 0.1% における、最終道床横抵抗力の変動幅 f_{max}/\bar{f}_{0T} と座屈余裕度との関係を図 7 に示す。図より、変動幅 $f_{max}/\bar{f}_{0T} = 0.5$ 以下の範囲では、座屈余裕度は 3~4 °C 程度の値で推移している事が分かる。4.(1) より、本シミュレーションの計算精度は 1 °C 程度であるため、 $f_{max}/\bar{f}_{0T} = 0.5$ 以下に見られる座屈余裕度の増減は、概ね誤差範囲内であると考えられる。よって最終道床横抵抗力の変動幅が極端に大きなケース以外では、それが座屈余裕度に及ぼす影響は比較的小さいものと思われる。

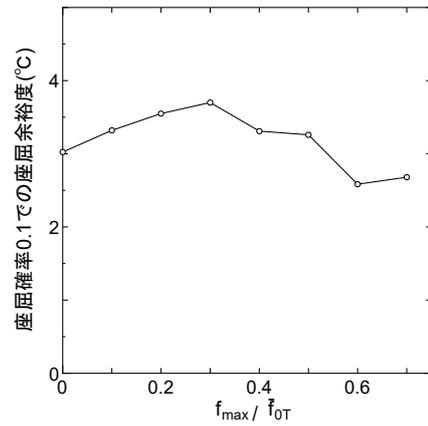


図 7 最終道床横抵抗力の変動幅が座屈余裕度に及ぼす影響 ($\sigma = 5\text{mm}, d = 1.7\text{m}$)

5 おわりに

本研究では、軌道の初期通り変位のバラツキを考慮した座屈解析の低確率域の精度の良い把握を目的として、部分集合シミュレーションを取り入れた解析を行った。その結果、文献 1) の MCS と同程度の精度で低確率域を把握し、より長い軌道長の座屈確率に対応させる事が可能になった。また、最終道床横抵抗力の軌道毎のバラツキが確率特性に及ぼす影響についても調べ、確保できる座屈余裕度の低下には影響するものの、最終道床横抵抗力の変動幅が極端に大きくない限り、それが座屈余裕度に及ぼす影響は決して大きくはない事を確認した。

謝辞 本研究は科研費 (20K04661) の助成を受けたものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 岩井翔, 阿部和久, 紅露一寛: ランダムな初期通り変位波形を持つ軌道の温度座屈確率の評価, J-RAIL2020, CD-ROM, S1-3-2, 2020.
- 2) 阿部和久, 水野雄太, 紅露一寛: 通り変位波形におけるバラツキが軌道座屈強度の確率特性に及ぼす影響, 第 24 回鉄道工学シンポジウム論文集, pp.167-174, 2020.
- 3) Siu-Kui Au, James L. Beck, : Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation, Prob. Eng. Mech. , 16, pp.263-277, 2001.
- 4) 千葉颯兵, 阿部和久, 小松佳弘, 紅露一寛: 通り変位測定データに基づくレール軸力推定法に関する理論的検討, J-RAIL2017, CD-ROM, S2-14-4, 2017.
- 5) 岩崎英治, 松野純一, 長井正嗣: 弧長法のための一反復解法と弧長自動設定法, 応用力学論文集, Vol.5, pp.207-216, 2002.