

# DMDによる移動床水理の観測ビッグデータの時系列解析

|                |      |        |
|----------------|------|--------|
| 新潟大学工学部工学科     | 非会員  | ○齊藤 浩輝 |
| 新潟大学大学院自然科学研究科 | 学生会員 | 茂木 大知  |
| 新潟大学災害・復興科学研究所 | 正会員  | 安田 浩保  |
| 新潟大学工学部工学科     | 非会員  | 村松 正吾  |
| 新潟大学理学部理学科     | 非会員  | 早坂 圭司  |

## 1 はじめに

河川の底面において自発的に形成される河床波の発生・発達機構の解明は、工学上の重要な課題である。これまでに、移動床水理の数多くの解析法が提案されている。しかし、モデル駆動型解析は、そもそも仮説を前提として構築したもののため、全ての物理現象に対応できる保証はない。その上、初期・境界条件や経験的パラメータなどの不確実な入力情報から近似しているため物理モデルと実現象には差異が生じ、必ずしも実現象を正確に記述することができない。物理モデルから実現象の正確な物理解釈を得ることは難しく、特に移動床水理においては、対象とする現象の発生や発達機構は未だ解明されていない。

近年、新たな研究手法として分野を問わず注目されているのがデータ駆動型解析である。データ駆動型解析は、観測により得られたビッグデータから人の知識を介さず、自動的に現象を記述する数理構造を構築できる。その一つとして、複雑な物理現象である乱流の物理解釈を可能にするために提案されたDMD (Dynamic Mode Decomposition) がある<sup>1)</sup>。DMDは、時系列データから現象の物理解釈を可能にする時空間構造 (DMD mode) を抽出することができる。

これまで、移動床水理における空間・時間ともに高い分解能での測定法は未確立であったため、データ駆動型解析は困難であった。著者らの研究グループでは、通水中に水面と底面を同時かつ高分解能に計測できる測定装置であるStream Tomography<sup>2)</sup> (以降ST)を開発した。それにより、移動床水理における観測ビッグデータから時系列解析が可能になった。

本研究では、STで取得した河床波の発生・発達の過程における底面高の時系列データにDMDを適用し、そこでの時空間構造の抽出を試みた。

## 2 DMDによる時系列データの解析手順

DMDは、全時刻を通して現れる底面形状のパターンをいくつかの特徴的空間パターンとして分解し、そのそれぞ

れに対して時間発展係数を求めることができる。DMDによる解析では、まず、対象の時系列データ  $\{x_1, x_2, \dots, x_t\}$  から (1) に示す2時刻の行列を用意し、 $X' = AX$  を満たす行列  $A \in \mathbb{C}^{M \times N}$  を考え、(2) に示す特異値分解を行う。ただし、打ち切りは主要な特異値の数  $r$  で行い、 $\Sigma \in \mathbb{C}^{r \times r}$  は特異値を対角成分にもつ対角行列、 $U \in \mathbb{C}^{M \times r}$ 、 $V \in \mathbb{C}^{r \times N}$  である。

$$X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{t-1}] \in \mathbb{C}^{M \times N} \quad (1)$$

$$X' = [x_2 \ x_3 \ \dots \ x_t] \in \mathbb{C}^{M \times N}$$

$$X = U \Sigma V^* \quad (2)$$

次に、(3) に示す余因子行列  $\tilde{A} \in \mathbb{C}^{r \times r}$  について固有値  $\Lambda$ ・固有ベクトル  $W$  を求める。このとき、ランク  $r$  の直交行列  $U$  で射影された行列  $\tilde{A}$  を用いることで次元を下げることができ、高次元なデータに対しての固有値計算が容易になる。

$$\tilde{A} = U^* X' V \Sigma^{-1} \quad (3)$$

最後に、固有ベクトル  $W$  を用いて、式 (4)、(5) により特徴的空間パターンである  $\Phi$  と、その時間発展係数  $\Psi_t$  を求める。 $\Phi$  と  $\Psi_t$  の内積をとることで元のデータ行列を近似できる。

$$\Phi = X' V \Sigma^{-1} W \quad (4)$$

$$\Psi_t = W^{t/dt} \otimes (\Phi^\dagger x_1) \quad (5)$$

## 3 移動床水理における時間発展する底面高の時系列解析

### 3.1 実験条件

移動床水理の河床波の発生・発達の過程の時系列データを得るため、模型実験を行った。実験には、水路長 12 m、水路幅 0.45 m の単矩形水路を用いた。初期底面は、0.76 mm の珪砂を高さ 5 cm に敷き均し平坦床とした。水理条件は、黒木・岸<sup>3)</sup>の中規模河床形態の領域区分図を参考に交互砂州の発生領域とし、無給砂条件に設定した。

通水中の底面位の計測にはSTを用い、流下方向に1 cm、横断方向に0.5 cmの空間分解能で1分間隔で63分計測を行い、二次元底面高の横断平均を取った。

### 3.2 DMDによる解析結果及び考察

図-1に、ある3時刻の平均底面高の縦断分布を示す。平坦床から、これらの過程を経て発展する底面形状を時系列データとして用いた。

#### 3.2.1 特徴的空間パターンの解析結果及び考察

図-2に、解析により得られた底面形状の特徴的空間パターンのうち3つを示す。一般に、移動床では砂漣や砂堆、砂州など波長の異なる底面形状が現れる。今回の解析でも、波長の異なる特徴的空間パターンが抽出された。DMDによる解析では、ある時刻の底面形状が複数の異なる形状の特徴的空間パターンの組み合わせであることを説明できる。

#### 3.2.2 時間発展係数の解析結果及び考察

図-3に、各DMD modeの時間発展係数を示す。時間発展係数は、特徴的空間パターンが全時刻を通して、実際に現れる底面形状にどの程度、寄与しているのかを示すものである。通水4分後では、波長が最も短かった1st modeの時間発展係数の絶対値が最大値を取り、その後、大幅に減衰しているため、この時刻では、他の時刻に比べ波長の短い底面形状が現れることがわかる。通水13分後ごろでは、1st modeの時間発展係数が0をとり、2nd modeと3rd modeの絶対値が大きくなっている。この時刻では、時間発展係数が-0.2をとる2nd modeの影響が大きく、時間発展係数-0.02の3rd modeなどの特徴的空間パターンを重ね合わせた底面形状となる。通水36分後では、1st mode、2nd modeの時間発展係数が0に近くなるが、3rd modeの値は約-0.01であるため、この時刻では、3rd modeの特徴的空間パターンの影響が大きくなる。

## 4 おわりに

本研究では、移動床水理に対し適用が困難であったデータ駆動型解析による時空間構造の抽出を試みた。DMDを用いることで、河床波が自発的に形成される過程において、河床形状を決定する特徴的空間パターンとその時間発展係数を抽出できることがわかった。

### 参考文献

- 1) P.J. Schmid, J. Fluid Mech. 656, 5, 2010.
- 2) 星野剛, 安田浩保, 倉橋将幸: 交互砂州の形成機構の解明に向けた水面と底面の同時計測手法の開発, 土木学会論文集 A2(応用力学), 74 巻 1 号, pp.63-pp.74, 2018.
- 3) 黒木幹男, 岸力: 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, No. 342, pp.87-96, 1984.

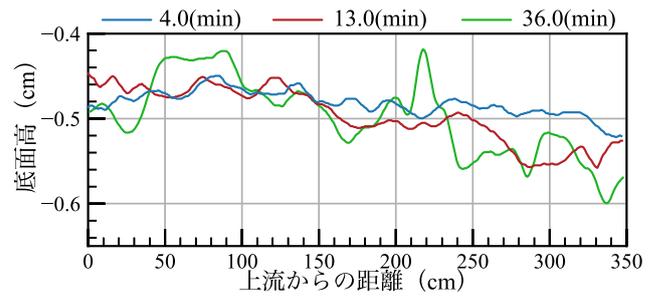


図-1: 3時刻の平均底面高の縦断分布

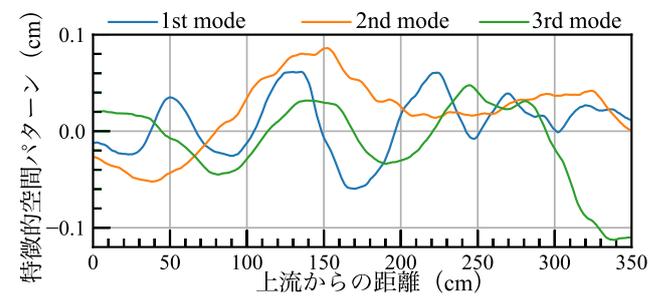


図-2: 抽出された特徴的空間パターン

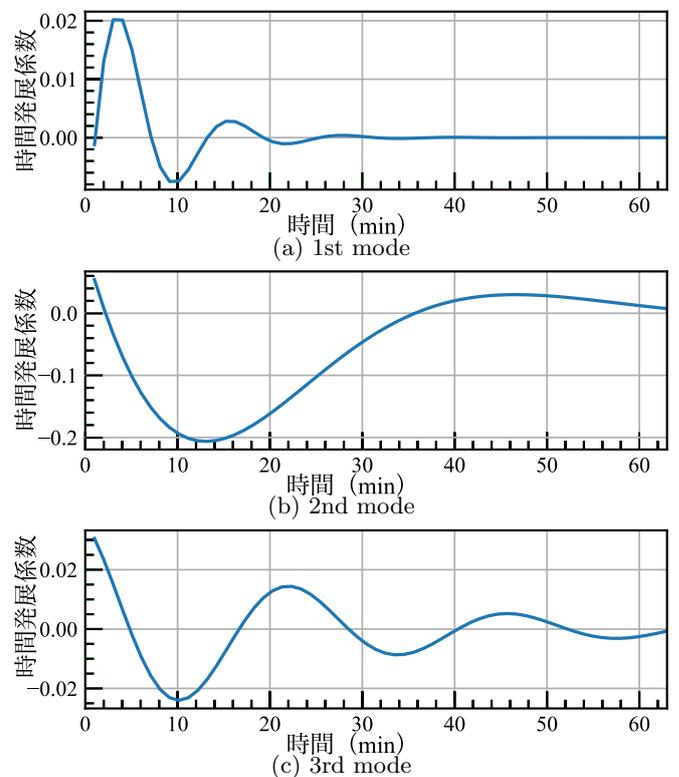


図-3: 特徴的空間パターンの時間発展係数