

列車走行による地下鉄トンネル振動のESD期待値解析

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 佐藤 和輝
 新潟大学工学部社会基盤工学プログラム 正会員 阿部 和久
 新潟大学工学部社会基盤工学プログラム 正会員 紅露 一寛

1 はじめに

地下鉄トンネルを列車が走行すると、レール踏面・車輪間のランダムな凹凸や、まくらぎの離散支持によるパラメータ加振による振動が発生する。これらはトンネルや地盤を伝播し、ときに騒音となって周囲の建物等に影響を及ぼすため、軌道や道床にパッド類などを用いた防振対策が必要となる。適切な対策のためには、軌道やトンネル、地盤の詳細な振動特性を把握することが重要であり、先行研究¹⁾では走行車輪と地下鉄系とを別に解く簡易的な手法で、各系の有する基本的な振動特性の評価を行った。

本研究では、文献²⁾で走行台車・無限長軌道の連成系を対象に構成した手法を援用し、定常ランダムなレール・車輪間凹凸に対するトンネル定点でのエネルギースペクトル密度 (ESD) 期待値を求める手法を構築する。そして、軌道構造の違いが防振効果に与える影響について、より詳細な検討を行う。

2 解析対象

本研究で用いる台車・軌道系のモデルを、防振まくらぎ軌道を例に図-1に示す。頭頂部に定常ランダムな凹凸を有する無限長レールは Timoshenko ばりで与え、間隔 L でまくらぎにより離散支持されている。レール・まくらぎ間には複素剛性 k_r の軌道パッドが、まくらぎ・道床間には複素剛性 k_s のまくらぎ下パッドが装着されているものとする。その上を無限遠方から台車が速度 V で走行する問題を考える。

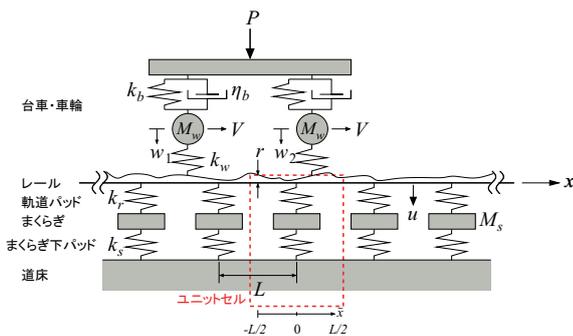


図-1 台車・軌道モデル (防振まくらぎ軌道)

トンネル・地盤系のモデルを図-2に示す。トンネル部は円形のトンネル覆工とコンクリート道床、インバートから構成される。コンクリート道床・インバート部は有限要素メッシュでモデル化する。先行研究¹⁾では、覆工についても有限要素メッシュによる離散化が試みられたが、覆工厚さ方向の波動や曲げ振動を正確に考慮できず、特に高周波数域での結果に課題が見られた。このことから、本研究では円筒シェルによるモデル化を行う。また、トンネル周囲の地盤は無限一様弾性場によりモデル化する。

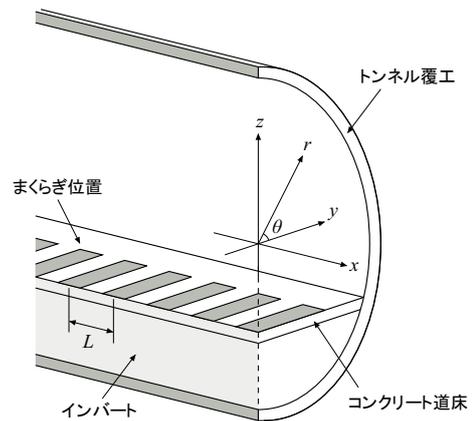


図-2 トンネル・地盤モデル

3 解析手法

3.1 軌道系

レールの運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 GAK \frac{\partial}{\partial x} \left(\psi - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \rho A \ddot{u} + \sum_j F_{sj}(t) \delta(x - jL) \\
 = F_1(t) \delta(x - Vt) + F_2(t) \delta(x - x_w - Vt), \\
 GAK \left(\psi - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \rho I \ddot{\psi} - EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

本研究では、軌道のまくらぎ間隔による周期性に基づき、軌道の長手方向に、式(2)に示す Floquet 変換³⁾を適用する。これにより、無限長の構造の問題を、

周期長 L のユニットセルの問題に帰着させる。

$$\tilde{f}(\tilde{x}, \kappa) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(\tilde{x} + nL) e^{in\kappa L} \quad (2)$$

ここで、 \tilde{x} は $(-L/2, L/2)$ の範囲内の実数、 κ は Floquet 波数である。

Floquet 変換は、 \tilde{x} と κ についてそれぞれ周期性を持っており、その条件を満たすように諸量を級数展開することで解を構成する。式 (1) に時間に関する Fourier 変換と、Floquet 変換を適用すると次式を得る。

$$\begin{aligned} GAK \frac{\partial}{\partial x} \left(\tilde{\psi} - \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right) - \rho A \omega^2 \tilde{u} + k_e \tilde{u} \delta_L(\tilde{x}) \\ = \frac{1}{V} \left\{ \tilde{F}_1 \left(\frac{\tilde{x}}{V} \right) e^{-i\frac{\omega}{V}\tilde{x}} + \tilde{F}_2 \left(\frac{\tilde{x} - x_w}{V} \right) e^{-i\frac{\omega}{V}(\tilde{x} - x_w)} \right\} \\ GAK \left(\tilde{\psi} - \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right) - \rho I \omega^2 \tilde{\psi} - EI \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $(\hat{\cdot})$ は Fourier 変換、 ω は円振動数、 k_e はレール支持部の動的等価剛性、 δ_L は周期 L のデルタ関数である。

台車・車輪の運動方程式についても同様に変換を行い、各諸量について整理すると、式 (4) に示すレール・車輪間接触力についての無限連立方程式を得る。

$$\begin{aligned} [A(\kappa)] \{f(\kappa)\} = [B(\kappa)] \{r(\kappa)\} \\ - k_w \gamma \left(1 + \frac{\mu_2}{\mu_1} \right) \{P(\kappa)\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $\{f(\kappa)\}$ は各車輪の接触力の展開係数を並べたベクトル、 $\{r(\kappa)\}$ はレール凹凸の展開係数を成分に持つベクトル、 $[A(\kappa)]$ と $[B(\kappa)]$ は係数行列、 $\{P(\kappa)\}$ は台車枠に作用する静的荷重の展開係数に関するベクトルである。

3.2 トンネル・地盤系

トンネル・地盤系の振動解析についての概略を示す。トンネル長手方向についても Floquet 変換を適用し、その下でインバート・トンネル・地盤のインピーダンス行列 $[K]$, $[\hat{K}]$, $[\tilde{K}]$ から有限要素方程式を与える。これを変位の適合条件、力のつり合い条件から整理すると、節点変位についての求解方程式を得る。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} + K'_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_a \\ 0 \end{Bmatrix} \\ [K'_{bb}] = [\tilde{K}_{bb} + \hat{K}_{bb}] \\ - [\tilde{K}_{bc} + \hat{K}_{bc}] [\tilde{K}_{cc} + \hat{K}_{cc}]^{-1} [\tilde{K}_{cb} + \hat{K}_{cb}] \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\{ \cdot \}_a$ はインバート部の有限要素節点に対応するベクトル成分、 $\{ \cdot \}_b$ はインバート・トンネル接合部の成分を、 $\{ \cdot \}_c$ はそれ以外のトンネル・地盤接合部成分である。

3.3 トンネル壁面周波数応答・ESD 期待値の導出

Floquet 変換の下における、道床上面の単位調和加振に対するトンネル壁面変位応答を $\tilde{u}_{0T}(\omega, \kappa)$ とおくと、台車走行に対するトンネル壁面応答 $\tilde{u}_T(\omega, \kappa)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{u}_T(\omega, \kappa) = D_T(\omega, \kappa) \tilde{u}(\omega, \kappa) \\ D_T = \frac{k_B k_s k_r}{k_B k_s + (k_B + k_s)(k_r - M_s \omega^2)} \tilde{u}_{0T}(\omega, \kappa) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 \tilde{u} はまくらぎ位置でのレールたわみ、 k_B は 3.2 で求まる道床上面の動的等価剛性である。

式 (6) の逆 Floquet 変換により、トンネル観測点における周波数応答 $\hat{u}_T(\omega, \kappa)$ が求められる。さらに、ESD の定義から絶対値の 2 乗を取り、レール凹凸の期待値をゼロとして ESD の期待値を求めると、トンネル壁面における ESD 期待値 $E(|\hat{u}_T|^2)$ は式 (7) で得られる。

$$\begin{aligned} E(|\hat{u}_T|^2) = \frac{1}{2\pi} \sum_n \int_0^{\frac{2\pi}{L}} |\tilde{\alpha}_n(\kappa)|^2 \\ \times G \left(\frac{2n\pi}{L} + \kappa + \frac{\omega}{V} \right) d\kappa + P^2 |\check{\beta}(\omega)|^2 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで G はレール凹凸パワースペクトル密度、 $\tilde{\alpha}_n$ と $\check{\beta}$ は連成系の動特性を表す係数である。右辺の第一項はレール凹凸による振動成分、第二項は静的荷重によるパラメータ加振起因の成分である。ランダムなレール凹凸に影響を受ける前者と、確定論的な評価が出来る後者、それぞれの応答を分離した上で議論することができる。

4 解析条件

本研究では、国内外で用いられている 3 種類の軌道構造を各部物性値の設定で表現し、解析を行う。直結系軌道は特別な防振対策を施していない軌道構造、防振マット軌道は図-3 の赤線に示すように、スラブとインバートの間に防振マットを挿入する防振工法、防振まくらぎ軌道はまくらぎ下に防振パッドを搭載した弾性まくらぎを設置する工法である。また、トンネルは単線シールドトンネルを想定し、図-3 に示す寸法で与える。軌道については UIC60 を想定し、物性値等を表-1 のように与える。

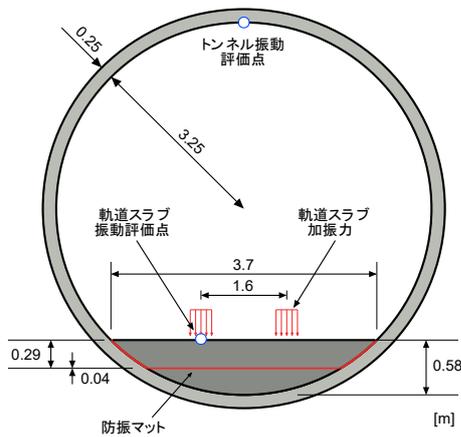


図-3 トンネル断面図

表-1 軌道条件

項目	値
静的荷重 P	100 kN
車輪走行速度 V	20 m/s
台車軸距 x_w	2.1 cm
レールの単位長さ当たり質量	60.34 kg/m
レールの曲げ剛性 EI	6.3 MNm ²
まくらぎ間隔 L	0.6 m
軌道パッド動的剛性 k_r	
(直結・防振マット軌道)	30 MN/m
(防振まくらぎ軌道)	83 MN/m

5 解析結果

5.1 直結系軌道の振動応答

直結系軌道について、レールスパン中央、軌道スラブ上面、およびトンネル天端の鉛直振動に対して加速度 ESD 期待値を求めた。図-4 が、レール凹凸起因成分、図-5 がパラメーター加振起因成分である。

レール凹凸起因成分について、各応答とも、図-4 中の破線で示した 55 Hz 付近においてピークが認められた。本解析とは別に、静止車輪・軌道連成系に単位調和加振解析を行ったところ、同程度の周波数帯において励起が認められ、車輪・軌道連成系による共振によるものであることを確認した。

パラメーター加振起因成分について、今回の解析条件下においてはレール凹凸起因成分と同程度の大きさの応答が認められた。また、スラブ応答やトンネル応答では、図-5 中の a に示すような、周期的な励起が認められる。この間隔は、まくらぎ通過周波数

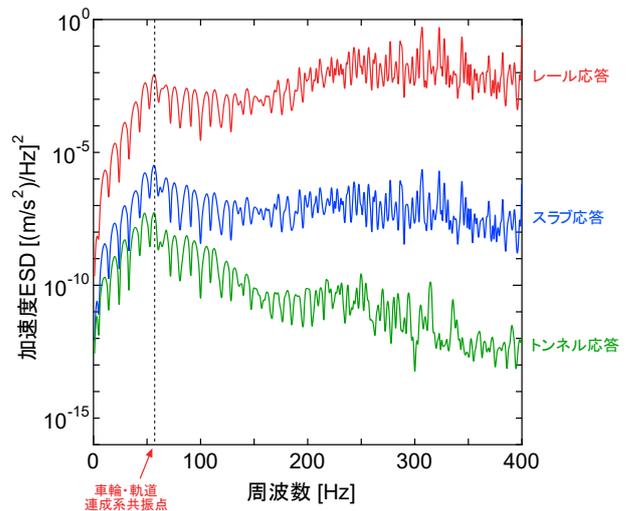


図-4 直結軌道 (レール凹凸起因成分)

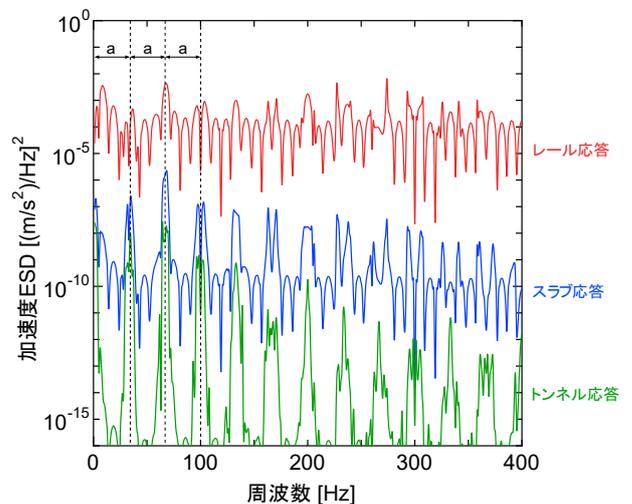


図-5 直結軌道 (パラメーター加振起因成分)

($V/L = 33.3$ Hz) に等しい。

5.2 防振マット軌道の振動応答

単位面積当たりの剛性 $k_m = 12.5$ MN/m³ のマットを用いた、防振マット軌道における加速度 ESD 期待値のレール凹凸起因成分を図-6 に示す。

レール応答については直結系軌道同様 55 Hz 付近でピークを有しているが、スラブ応答、トンネル応答については 25 Hz 付近にピークが認められる。これは、マット・スラブをばね・1 質点のモデルとしたときの共振周波数とおおむね一致することから、スラブ共振によるものであると考えられる。トンネル応答はピーク以降、直結系軌道に比べ大幅な振動低減が認められ、その防振効果が確認できた。

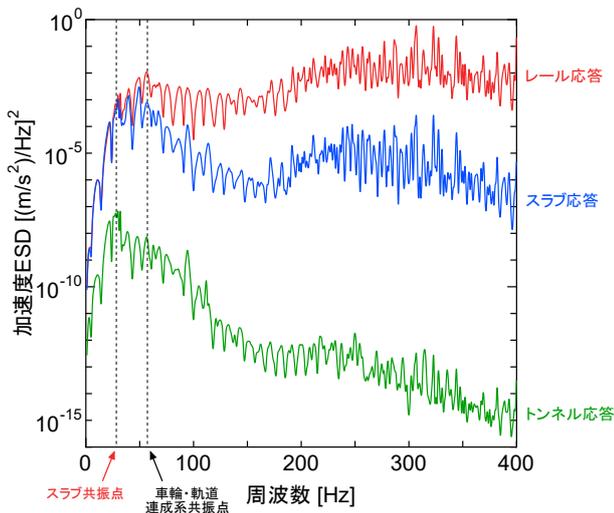


図-6 防振マット軌道 (レール凹凸起因成分)

5.3 防振まくらぎ軌道の振動応答

剛性 $k_s = 10 \text{ MN/m}$ のまくらぎ下パッドを用いた、防振まくらぎ軌道における加速度 ESD 期待値のレール凹凸起因成分を図-7 に示す。

各応答は、40 Hz 付近にてピークを持つ。これは、同条件の軌道について分散曲線解析を行ったところ、防振まくらぎの共振モード周波数が 43 Hz で得られたこと、パッド剛性を変えて解析した場合についても同様の結果が得られたことから、防振まくらぎの共振によるものであると考えられる。これは 100 Hz 付近の防振効果の低下にも影響している。また、150 Hz 以降においてトンネル応答に顕著な振動低減が認められる。対策位置がまくらぎ下であることから、スラブ応答の振動も抑制されている。

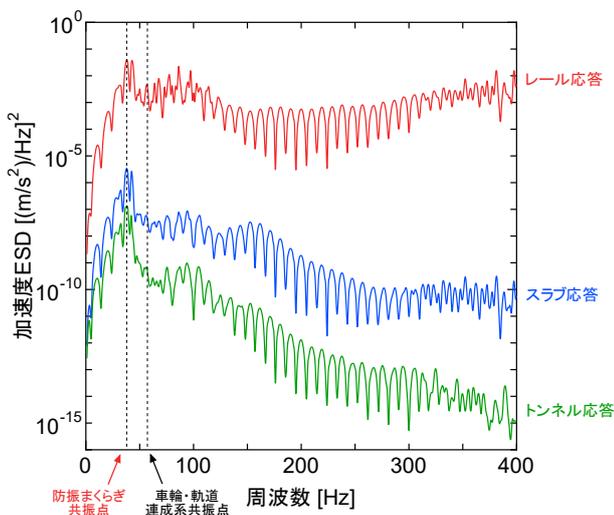


図-7 防振まくらぎ軌道 (レール凹凸起因成分)

5.4 各軌道の応答比較

最後に、3種類の軌道構造について、レール凹凸起因成分のトンネル応答を図-8 で改めて比較する。いずれの防振対策でも、ピーク周波数帯以降に防振効果が認められる。特に、防振マット軌道では 100 Hz 以降、防振まくらぎ軌道では 50 Hz 付近と 150 Hz 以降において高い振動低減効果が確認できた。また、図中の破線に示すように、軌道構造によってピークを取る周波数が異なることが分かる。

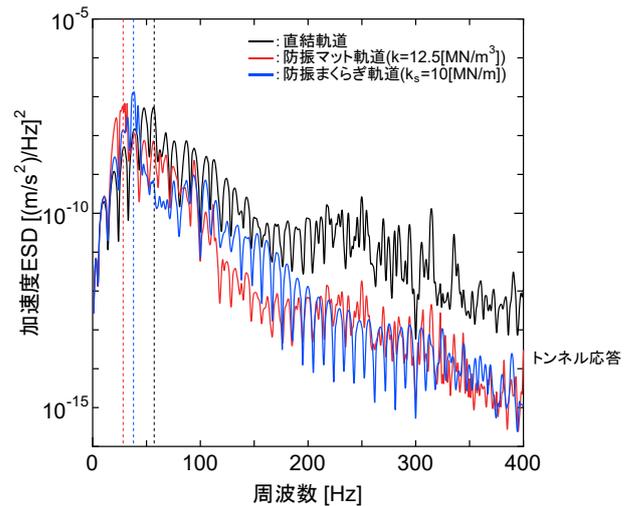


図-8 軌道構造による比較 (レール凹凸起因成分)

6 おわりに

走行台車・軌道・トンネル・地盤連成問題を対象に、レール凹凸やパラメーター加振を起因とするトンネル振動の加速度 ESD 期待値解析法を構築した。これにより得られた詳細な解析結果から、軌道構造によって共振を起こす原因が異なり、それによってピークを与える周波数帯が異なるといった振動特性が明らかになった。また、本条件下においてレール凹凸起因成分とパラメーター加振起因成分は同程度の加速度 ESD 期待値を取ることが分かった。

参考文献

- 1) 阿部和久, 山田高也, 古田 勝, 末原美智子, 紅露一寛: 地下鉄トンネル・地盤連成計の三次元加振応答解析, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.74, No.2, pp.I_523-I_534, 2018.
- 2) 由野 舜, 阿部和久, 紅露一寛: 無限軌道・走行台車連成計の動的応答期待値解析, 令和3年度土木学会全国退会第76回学術講演会, I-320
- 3) 阿部和久, 古屋卓稔, 紅露一寛: まくらぎ支持された無限長レールの波動伝播解析, 応用力学論文集 Vol.10, pp.1029-1036, 2007.