

物理的な制約を課した深層学習による流砂量分布の逆解析

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 ○大原 由暉
新潟大学 BDA 研究センター 正会員 茂木 大知
新潟大学工学部工学科 非会員 村松 正吾
新潟大学理学部理学科 非会員 早坂 圭司
新潟大学災害・復興科学研究所 正会員 安田 浩保

1 はじめに

河川における土砂輸送は、河道形状の変化、生態系への影響および水資源管理において重要な役割を果たしている。このため、流砂量の定量化とその予測は重要である。しかし、流砂量の直接測定は技術的に困難であり、現状では経験式・理論式に頼らざるを得ない。

流砂量式の代表例として、現在でも頻用されるものは Meyer-Peter Müller の式 (M.P.M. 式)¹⁾ である。これは 1948 年に提案された式であるが、流砂量の直接測定ができずに妥当性の確認は十分にされていない。

直接の測定が困難な対象の定量化には物理モデルによる逆解析が有用である。Raissi ら²⁾ が近年提案した物理制約を深層学習に組み込む Physics-informed neural networks (PINNs) は、多くの流体现象の逆解析に適用されており、高い性能を示している。河川に対しても PINNs が応用され、流速に基づく水深・底面高の逆解析が可能となった³⁾。

本研究の目的は、直接測定が困難な流砂量の PINNs による逆解析である。具体的には、先行研究³⁾ の手法により得られる流れと河床形状のデータを教師データとして使用し、PINNs を用いて流砂量の間接的な推定を行う。

2 方法

2.1 ニューラルネットワークの構造

目的変数である底面高、摩擦速度および流砂量に関するデータが利用可能であると仮定する。データと物理的な制約との組み合わせにより全ての変数を推定するニューラルネットワークを設計する。底面高 z と摩擦速度 u_* の入力値は時刻 t と座標 x 、流砂量 q_B は摩擦速度の関数であるため入力値は u_* とした。

2.2 物理的制約と変数の正規化

深層学習へ組み込む物理制約は次の流砂の連続式である。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{\partial q_B}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

ここで、 λ は空隙率であり、0.4 で一定とした。

深層学習において、入力値や出力値のスケールが揃っていない場合、適切に学習が進行しない現象が生じる。そのた

表-1 数値計算の条件

Q (m ³ /s)	i_b (-)	n	Fr (-)	d (m)	τ_{*c} (-)
1000	1/1000	0.02	0.61	0.005	0.050

め、各変数の最大値および最小値を用いて正規化を行った。

$$\mathbf{U}' = \frac{\mathbf{U} - \mathbf{U}_{\min}}{\mathbf{U}_{\max} - \mathbf{U}_{\min}} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{U} = [t, x, z, q_B]^T$ である。 $\mathbf{U}_{\max} - \mathbf{U}_{\min} = [T, X, Z, Q_B]^T$ とすると、流砂の連続式は次式となる。

$$\frac{Z}{T} \frac{\partial z'}{\partial t'} + \frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{Q_B}{X} \frac{\partial q'_B}{\partial x'} = 0 \quad (3)$$

2.3 損失関数

学習によって最小化する総損失は L は、式 (3) に基づく L_{PDE} 、データに基づく L_{ref} により表される。 L を構成する損失は平均二乗誤差とし、適切な学習の収束を目的として異なる重み係数の設定を行う。本研究では試行錯誤により以下のように設定した。

$$L = 10^7 L_{\text{PDE}} + L_{\text{ref}} \quad (4)$$

3 問題設定

はじめに述べたように、先行研究において流速に基づく水深と底面高の逆解析が可能である。本研究では、次元の河床変動計算により流れと河床変動のデータセットを作成し、流れの情報は得られたものと考え、河床変動のみを対象として流砂量の推定を行う。

3.1 数値計算の結果と教師データの設定

数値計算は、川幅 100 m、流下方向 3000 m の水路において、流下方向の中央に高さ 0.5 m のマウンドを設定して行う。表-1 に計算条件を示しており、 Q は流量、 i_b は河床勾配、 n はマンニングの粗度係数、 Fr はフルード数、 d は粒径、 τ_{*c} は無次元限界掃流力である。流れについては不等流計算を行い、河床変動には流砂の連続式である式 (1) と流砂量式として次の M.P.M. 式を用いる。

$$q_B = 8 \left(\frac{u_*^2}{sgd} - \tau_{*c} \right)^{1.5} \sqrt{sgd^3} \quad (5)$$

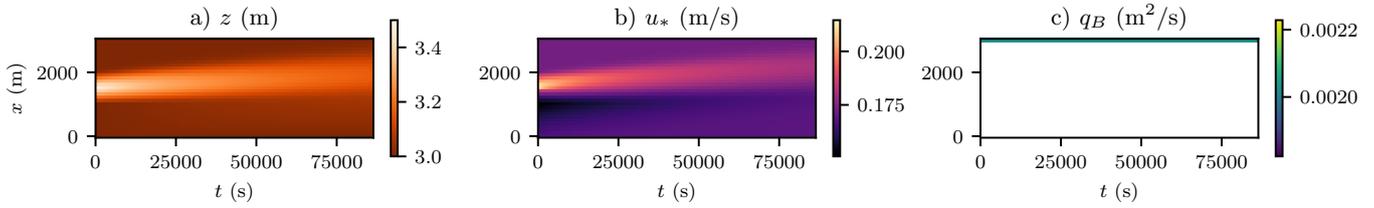


図-1 数値計算に基づく教師データ. q_B のみ下流端における値を使用する.

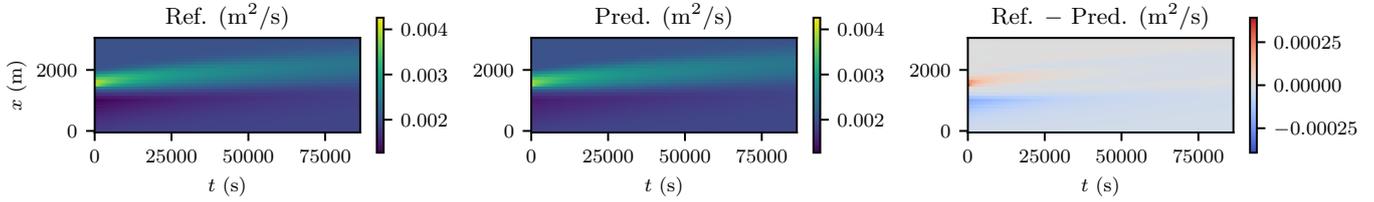


図-2 流砂量 q_B の参照値と予測値の比較結果. それぞれ着色の範囲は揃えている.

$$u_* = \sqrt{ghi_e} \quad (6)$$

$$i_e = \frac{n^2 u_*^2}{h^{4/3}} \quad (7)$$

ここで, s は砂の水中比重 (= 1.65), g は重力加速度, u は流速, h は水深である. 境界条件として, 下流端に等流水深, 上流端に $z = 0$ を与え, 10 秒間隔で 24 時間計算した.

図-1 は, 河床変動計算による教師データの設定を示したものである. a) は底面高 z であり, 時刻の進行に伴い初期の底面形状が平坦となり流下方向へ移動していることが分かる. c) の q_B については, 予測値のオフセットを決定することを目的として下流端のみに教師データを設定した.

3.2 学習パラメータの設定

学習は 500,000 回反復し, 最適化手法には Adam を用いて学習率は 0.001 とした. 全てのニューラルネットワークで隠れ層の数は 5 層, 一層あたりのニューロン数は 20, 活性化関数には tanh を用いた.

4 結果と考察

図-2 は, 流砂量 q_B の参照値と予測値およびその差を示している. q_B の参照値と予測値の分布は概ね一致していることが確認できる. それぞれの差の分布では, q_B が最大および最小となる初期時刻に近い範囲で予測精度の低下が見られる. ただし, 誤差のオーダーは q_B と比較して 10^{-1} であり, 十分小さいと言える.

図-3 は, 学習した流砂量式 $q_B = f(u_*)$ の評価を目的として, M.P.M. 式による q_B と比較した結果である. 赤色で着色した範囲が u_* の教師データの範囲外における外挿結果である. u_* の教師データが存在する範囲では良好に流砂量式を学習しているが, 外挿範囲において M.P.M. 式との差異が生じた. 図-2 で確認された最大値および最小値の学習が適切に行われなかった結果として外挿能力が低下し

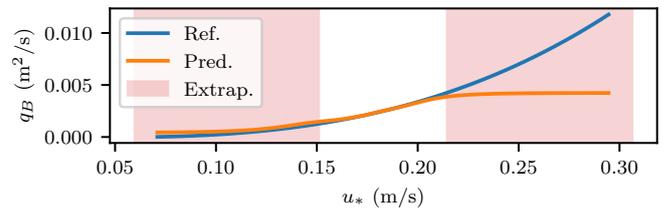


図-3 学習した流砂量関数. 赤色で着色した範囲は外挿した結果.

たとえられる.

図-3 において, u_* の大きい範囲の外挿能力が特に低かった理由として, 本研究で定義した q_B を予測するニューラルネットワークは $q_B = f(u_*)$ という関係のみに基づいており, u_* が大きいほど q_B が大きくなる関係を組み込めていないことが考えられる. また, 学習した流砂量式は活性化関数で使用した tanh 関数の形状に類似しており, 予測値もその影響を受けている可能性がある.

5 終わりに

本研究では, 数値実験により PINNs を手法とした流砂量の推定を行い, 妥当な結果が得られた. しかし, 学習した流砂量関数については外挿能力に問題があった. 今後, これを解決するために u_* と q_B の関係に基づく正則化の追加や活性化関数の検討を行う.

参考文献

- 1) E. Meyer-Peter and R. Müller: Formulas for bed load transport, *2nd Meeting, Int. Assoc. for Hydraul. Environ. Eng. and Res.*, (1948)
- 2) M. Raissi, P. Perdikaris and G.E. Karniadakis: Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *J. Comput. Phys.*, **378**, 686–707, (2019)
- 3) Y. Ohara, D. Moteki, S. Muramatsu, K. Hayasaka and H. Yasuda: Physics-informed neural networks for inversion of river flow and geometry with shallow water model, *Phys. Fluids*, 掲載決定, (2024)