

# 流れのエネルギー通過仕事率による交互砂州の発達過程の定量化

新潟大学ビッグデータアクティベーション研究センター  
新潟大学理学部理学科  
新潟大学災害・復興科学研究

○正会員 茂木 大知  
非会員 早坂 圭司  
正会員 安田 浩保

## 1 はじめに

河川は、流水と底面砂礫で構成される河床の相互作用により、自発的に周期的な地形を形成する<sup>1)</sup>。その中でも、川幅スケールの波長を持つ交互砂州は、多くの国内中小河川で観察され、偏流を誘発して側岸侵食や低水路の二極化の要因となり得る。実務では、この対策として河床掘削等による波高の縮減や流路修正が試みられるが、効果は一時的なものに留まり、同様の砂州が再形成されることが少なくない。この問題の根本的な解決には、交互砂州がなぜ・どのように形成されるのか、という現象の物理機構を理解することが不可欠である。

既往の交互砂州を対象とした研究は、その発生条件と形態予測を中心に展開してきた。線形安定性解析は、川幅水深比等の幾何・水理パラメータにより発生・卓越波数を整理し<sup>2)</sup>、弱非線形解析は有限振幅への飽和と選択特性を与えることを示した<sup>1),3)</sup>。他方、実河川の評価では多様な形態指標が提案されてきたが、形態中心の記述に偏り、物理過程や因果の表現が弱いことが指摘されている<sup>4),5)</sup>。したがって、交互砂州の物理機構の中で、どのような条件で・どのような形状が生じるかという理解は進展してきた一方で、与条件下でなぜ交互砂州が安定的に選好されるのかという構造発展の目的関数は依然として未解明である。

自然現象の目的関数の探索には、外部から与えられる勾配と系内の散逸に基づく熱力学的視点が有用である。河川のような非平衡開放系において、交互砂州のように不安定化を起因として自発的に形成され、散逸によって維持される秩序は散逸構造と見做される<sup>6)</sup>。この種の系においては、発展方向を与える候補原理として、最小エントロピー生成(MIDP)、最大エントロピー生成(MEP)、最大パワー(MPP)が議論されており<sup>7)</sup>、それぞれの適用範囲や両立可否は系に依存するとされる。

上述した熱力学視点を用いて、交互砂州が発展する現象の目的関数を探索するには、その本質だけを抽出可能なよう、最も単純な条件下の形成過程を対象とすべきであろう。これは、直線固定壁、一定流量、一定設定勾配、単一粒径の模型実験が該当する。この条件下において、水路内の一

定縦断区間を系とみなす時、交互砂州が発展する過程でエネルギー水頭差はほとんど一定であり、系に流入する供給パワーと等価な散逸総パワーも同様に一定となる。また、一般的にこの過程における温度変化はほとんどないことから、エントロピー生成量は散逸パワーに比例し、MIDP や MEP は系の発展に鈍感となる。その一方で、Kleidon<sup>7)</sup> の総説によれば、系の出力(パワー)の最大化は生成と散逸のバランスで実現し、その達成は散逸の強度・配分の再編により媒介される。つまり、MPP に基づくと、供給拘束下の河川の発展は、次章で定義する系の出力と散逸配分を定量化することが有力と推測できる。

本研究では、交互砂州の形成・発展の目的関数を解明することを目的としたものである。そこで、まず、交互砂州発展過程における出力と散逸配分を定量化可能な物理指標をそれぞれ定義した。その後、交互砂州の形成を目的とした模型実験を通して、これらの指標により交互砂州の形成・発展が説明可能か検証した。

## 2 交互砂州の発展を定量化する指標の定義

本研究では、河川区間の出力を、外部供給拘束下で系が処理しうる力学的エネルギーとして定義し、通過パワーと呼称する。すなわち、領域  $\Omega_{(L)}$  を通過する流水の力学的エネルギーのフラックスを考え、散逸は別に扱う。ここで、散逸には、床や壁への境界仕事や内部粘性損失が含まれる。また、流砂の運搬は、流れが底面に与える剪断力によって駆動される負荷側の仕事である。したがって、流砂も通過パワーに含めずに散逸に計上することに注意されたい。

以後、それぞれの指標は、対象領域を模型実験における縦断長さ  $L[m]$  の区間  $\Omega_{(L)}$  とし、この領域に流入する流量を  $Q[m^3 s^{-1}]$ 、領域上下流端におけるエネルギー水頭差を  $\Delta H[m]$  とする。

### 2.1 通過パワー指標： $\kappa_T$

開水路の平面二次元浅水流に対し、領域  $\Omega_{(L)}$  における局所力学的エネルギーの面密度  $e_A[J m^{-2}]$  は

$$e_A = \frac{1}{2} \rho g h^2 + \frac{1}{2} \rho \alpha h U^2 \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 $\rho$ :水の密度 [ $\text{kgm}^{-3}$ ]、 $g$ :重力加速度 [ $\text{ms}^{-2}$ ]、 $h$ :水深 [m]、 $\alpha \simeq 1$ :運動エネルギー補正係数 [-]、 $U$ :流速 [ $\text{ms}^{-1}$ ]である。このエネルギーが流速  $U$ により輸送されるとみなすと、局所エネルギーフラックス  $E_f [\text{Wm}^{-1}]$  は、

$$E_f = e_A U = \frac{1}{2} \rho g h^2 U + \frac{1}{2} \rho \alpha h U^3 \quad (2)$$

となる。 $E_f$ を領域全体で積分し、区間長  $L$ で除して、

$$\bar{P} = \frac{1}{L} \int_{\Omega(L)} E_f dA \quad (3)$$

を区間平均の通過パワー [W]と定義する。さらに、同一区間の供給パワー  $G = \rho g Q \Delta H$  [W]で無次元化し、

$$\kappa_T = \frac{\bar{P}}{G} \quad (4)$$

を通過パワー指標と定義する。

## 2.2 散逸配分指標: $\kappa_M^{(2)}$

領域  $\Omega(L)$ を等面積セルに分割し、各セルの局所散逸を底面摩擦で近似し、

$$\omega_i = \tau_i U_i \quad (5)$$

と定義する。ここで、 $\tau$ :掃流力 [Pa]である。それぞれのセルについて、全セルの散逸総和に対する相対寄与を

$$p_i = \frac{\omega_i}{\sum_j \omega_j} \quad (6)$$

と定め、散逸の空間的な分配の度合いを以下のように定義する。

$$\kappa_M^{(2)} = \frac{1}{\sum_i p_i^2} \quad (7)$$

$\kappa_M^{(2)}$ は $q=2$ のHill数<sup>7)</sup>(Hill数の引用)であり、ノイズに頑健でありながら、均質な並列流路の実効本数を表す。

## 2.3 $\kappa_T$ と $\kappa_M^{(2)}$ の物理的解釈

$\kappa_T$ は、交互砂州の発展に伴う地形の再編成により、領域  $\Omega(L)$ に与えられた供給パワー拘束  $\Delta H$ の下で、流れがどれだけ力学的エネルギーを通過させ得たかを表す効率である。 $\kappa_T$ が時間的に上昇する場合、外部供給に対して、通過可能なパワーを増やすように系が自己組織化していることを意味する。

$\kappa_M^{(2)}$ は、領域内での散逸の空間配分の多経路化の程度を表し、直感的には有効な並列経路の本数に対応する。散逸が限られた経路に集中している場合には  $\kappa_M^{(2)}$ の値は小さく、逆に複数経路に分散されている場合には大きくなる。

本研究では、交互砂州の時系列の発展現象をどの程度 ( $\kappa_T$ )・どの様に ( $\kappa_M^{(2)}$ )という直交した2軸で定量化する。

表-1 実験及び数値解析条件

流量 [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]	河床勾配 [-]	$\tau_*[-]$	$\beta[-]$	$\text{Fr}[-]$
0.0017	0.0090	0.092	42.8	1.12

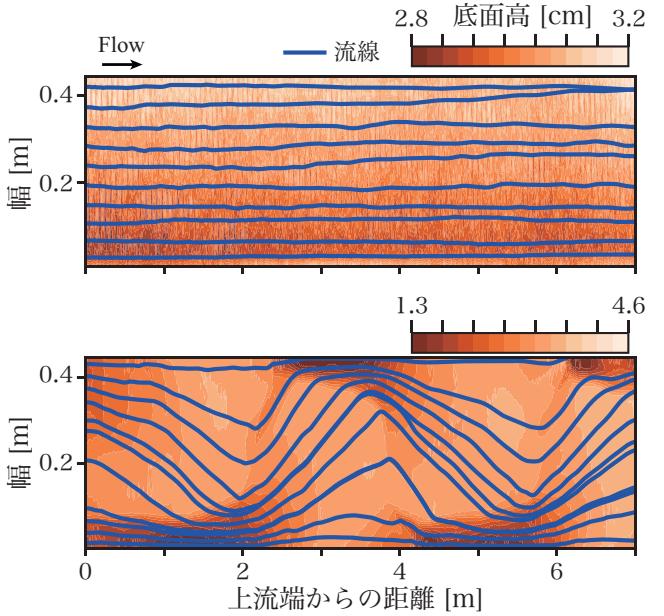


図-1 初期(上)と最終75分時点(下)の底面形状と流線

## 3 模型実験

本章では、本研究で実施した模型実験および水理量の取得手法について概説し、交互砂州の発達過程と  $\kappa_T \cdot \kappa_M^{(2)}$  の時系列変化について述べる。

### 3.1 模型実験条件

模型実験は、長さ 12 m、幅 0.45 m のFRP 製の矩形断面水路を用いた。この内、10 m を移動床区間とし、上下流に高さ 5 cm の堰を設置し、平均粒径 0.76 mm の珪砂を 5 cm の厚さで平坦に敷設した。水理条件は、表-1に示す通りの条件であり、黒木・岸<sup>8)</sup>の領域区分図を参考に単列交互砂州の発生領域とした。通水を通して、流量は電磁流量計によって一定を保ち、交互砂州の形成を促進するため上流端堰の左岸に 5 cm 立方のゴムブロックを設置した<sup>9)</sup>。通水時間は、交互砂州の発達が定性的に平衡となった 75 分までとし、測定は Stream Tomography(ST)<sup>10)</sup>を用いて 1 分間隔で底面形状を 1 cm メッシュで実施した。ST による計測区間は、移動床区間の上流 2 m を除いた 8 m を対象とした。その後、iRIC<sup>11)</sup>のNays2Dを用いて、流量と底面形状を入力した数値解析を実施し、流速や水深などの水理量を取得した。

### 3.2 $\kappa_T \cdot \kappa_M^{(2)}$ の算定方法

本研究では、上流端部に設置したゴムブロックの影響を避けるため、 $\kappa_T \cdot \kappa_M^{(2)}$ の算定領域  $\Omega_{\text{exp}}$ は計測区間上流端

を2m除く5m区間とした。また、以後、1cmメッシュで実施した底面測定や数値解析のそれぞれの格子を、添え字*i*で示す。

時刻tにおける、 $\Omega_{\text{exp}}$ の区間平均通過パワー $\bar{P}(t)$ は、式2,3より、以下のように定義する。

$$E_{f,(t,i)} = \frac{1}{2} \rho g h_{(t,i)}^2 U_{(t,i)} + \frac{1}{2} \rho h_{(t,i)} U_{(t,i)} \quad (8)$$

$$\bar{P}(t) \simeq \frac{1}{L} \sum_{i \in \Omega_{\text{exp}}} E_{f,(t,i)} A_i \quad (9)$$

$\kappa_T$ の算定には、 $\Omega_{\text{exp}}$ に供給されるパワー $G_{\text{exp}}$ を算定するため、その上下流端におけるエネルギー水頭差(勾配) $\Delta H_{\text{exp}}$ を定量化する必要があるが、本研究の計測環境においてその測定は困難である。そこで、本研究では単純化のため $\Delta H_{\text{exp}}$ を定数として仮定し、併せて定数となる供給パワー $G_{\text{exp}}$ を用いて、時刻tにおける通過パワー指標は以下のように算定する。

$$\kappa_T = \frac{\bar{P}(t)}{G_{\text{exp}}} \quad (10)$$

$\kappa_M^{(2)}$ については、前述した定義通りに算定可能であるため割愛する。

## 4 交互砂州の形成・発達に伴う2指標の変化

### 4.1 実験結果

図-1に実験の初期と最終時刻に測定された底面形状と、それに対応する2D解析によって得られた流線を重ねて示す。図上段の初期は、平坦に均された底面と、その上の直線的な流線が確認でき、初期条件として設定した通りとなっていることが見て取れる。図下段の最終時刻では、交互砂州が十分に発達し、流れも湾曲している様子がわかる。紙面の都合上省略するが、この条件の下で、再現性の確認のため、4回通水を実施したが、そのすべて同等の波長の交互砂州が形成されたことを確認している。

本実験における $\kappa_T$ の時間変化が、純粋な系の構造再編による通過パワーの増加と解釈するには、 $\Omega_{\text{exp}}$ への供給パワー $G_{\text{exp}}$ が拘束されている必要がある。つまり、前章で仮定した $\Delta H_{\text{exp}} = \text{const.}$ の妥当性を検証する必要がある。そこで、通水を通じた $\Delta H_{\text{exp}}$ の変化を確認するため、式5で示す底面散逸の面積積分から、時刻毎のエネルギー水頭差を

$$\Delta H_{\text{diss}}(t) = \frac{\sum \omega_i A_i}{\rho g Q} \quad (11)$$

によって近似的に定義し、この時系列の変動係数を確認した。図-2に示すように、実験から得られた $\Delta H_{\text{diss}}$ の時系列からは明瞭なトレンドは確認されず、4再現実験の平均変動係数は1.0%であった。これは、初期の平坦床から水

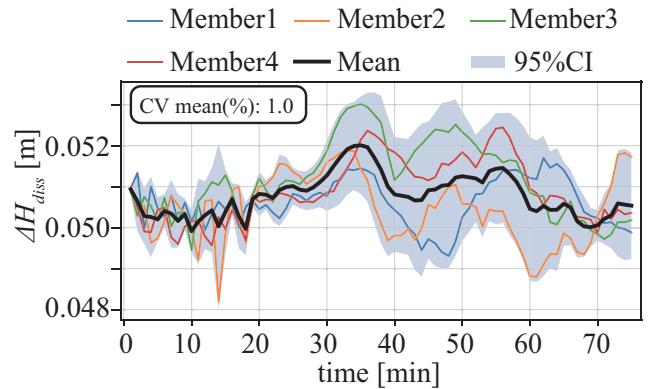


図-2 エネルギー水頭差の時間変化と変動係数(CV)

深規模の波高が発達する現象であることを考慮すると十分に小さい。したがって、 $\Delta H_{\text{exp}}$ を一定と見做す仮定は妥当と判断した。

### 4.2 $\kappa_T \cdot \kappa_M^{(2)}$ の時系列変化

図-3,kmに、 $\kappa_T$ と $\kappa_M^{(2)}$ の時系列変化をそれぞれ示す。両図では、再現実験4回分の結果を薄色で示し、平均値を黒太線で重ねている。なお、ここでは、 $\kappa_T \cdot \kappa_M^{(2)}$ の時刻毎の値ではなく、交互砂州発展に伴う時系列変化のトレンドに焦点を当てる。

図-3に示す様に、本実験では $\kappa_T$ は平坦床から交互砂州が発展する過程で単調に増加し、実験終盤で飽和し近づくS字型の挙動を示した。再現4実験のいずれにおいても顕著な下降トレンドは観測されず、全体として上昇傾向のみであった。これは、交互砂州の波高成長曲線が初期の指数的增幅から有限振幅へ飽和する観測事実と同型であり<sup>3),12)</sup>、形成初期段階の流れの再編が通過パワーを加速度的に増大させ、砂州形成後は形状・抵抗の再分配により増加率は低下する、という物理像と整合する。

図-4に示す $\kappa_M^{(2)}$ は、初期段階で明瞭なトレンドを示さず、散逸の空間分配がほぼ均質に近い状態にとどまった。その後、中期以降では、砂州の発達とともに $\kappa_M^{(2)}$ は一貫して低下傾向を示し、散逸の有効経路数を減少させる方向へ発展していくことが示唆された。本実験条件のような $\Delta H$ を一定と見做せる条件のもとでは、散逸総量は大きく変化しないため、 $\kappa_M^{(2)}$ の低下は限られた経路へと散逸が濃縮してゆくことを意味する。これは、交互砂州の発達に伴う洗掘部への流水の集中による溝筋の形成や偏流という水理像と整合的である。

上述のように、 $\kappa_T$ は交互砂州の成長位相を通過パワーの視点で追跡する実測指標として機能する。これは、従来の観測指標に不足していた物理過程を連続的に捉えるプロセス基盤の指標として位置付けられる。 $\kappa_T$ の特徴は、水

深と流速の空間分布によって算定できる点であり、近年発展する実河川観測手法<sup>13)</sup>や数値解析<sup>14)</sup>によって十分に評価できる。

#### 4.3 交互砂州の発展現象の物理的解釈

本節では、 $\kappa_T$  と  $\kappa_M^{(2)}$  を結合し、交互砂州の発展現象の物理的解釈を議論する。本実験では、交互砂州の発達に伴い、 $\kappa_T$  は単調に増加して飽和に向かい、 $\kappa_M^{(2)}$  は中期以降に低下した。供給が概ね一定の条件では、 $\kappa_T$  の上昇は構造再編（流速分布・断面形）による処理能力の増勢を意味し、実験で観測された S 字型の増加・飽和は供給拘束下での自己最適化と整合的に解釈できる。また、この時、 $\kappa_M^{(2)}$  の低下は、初期に一樣であった底面での摩擦散逸が空間的に濃縮されることを示しており、流路の集中化という構造再編に対応する。供給が拘束された河川系においては、底面形状によって流れの状態が規定され通過パワーや散逸配分が決定され、流れが底面を駆動することで系が発展する。つまり、通過パワーを上昇と散逸を濃縮するには、流れを集中させる必要があり、これが達成される流路の形態進化の帰結として交互砂州を捉え直すことができる。

さらに、交互砂州が自己最適化による帰結であることは、実務上の河床掘削の効果が一時的に留まる理由を説明する、つまり、系の飽和後に与える人為的な微小擾動が与えられた場合、供給拘束が不变であれば、系の自発的に  $\kappa_T$  は飽和に向かい、 $\kappa_M^{(2)}$  は低下するという最適化に従うためと考えられる。したがって、交互砂州が明瞭に形成された河川において、その形状に介入するには、川幅水深比などの拘束となる境界条件を変更する必要がある事を示唆する。

### 5 おわりに

本研究では、交互砂州の発達過程を定量化し、その発展の目的関数を探索する事を目的に、評価指標を新たに定義して実験的に検証した。評価指標は、交互砂州が供給パワー拘束の条件下でも形成されるという特徴を鑑み、非平衡開放系の発展方向を定量化する候補原理を適用した。実験による検証の結果、交互砂州の形成・発展は、与条件下で流路を集中させて散逸を濃縮して通過パワーを最大化するという進化の帰結として説明可能な自己組織化現象であることが示唆された。今後は、本研究の結論の普遍性を実験において確認し、実河川のような流量が変動する問題における地形発展について検討してゆく予定である。

### 参考文献

- 1) Seminara, G., Fluvial Sedimentary Patterns. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2010.

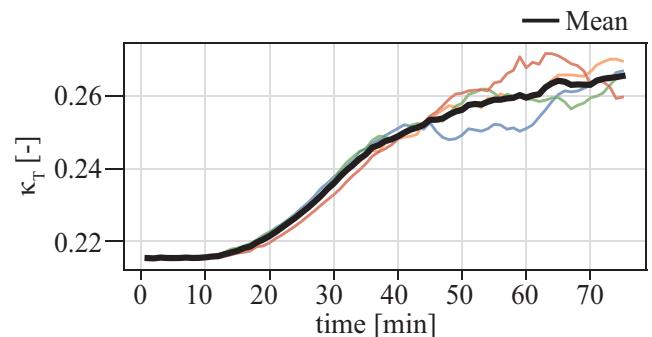


図-3  $\kappa_T$  の時間変化

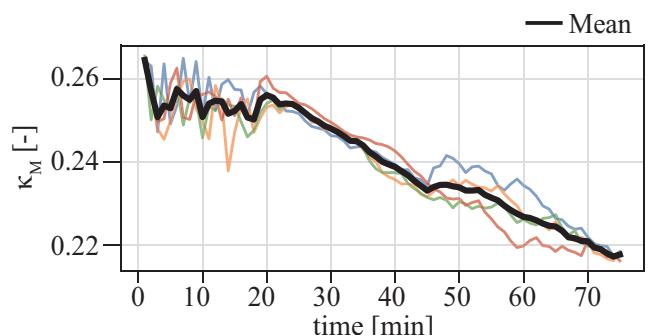


図-4  $\kappa_M^{(2)}$  の時間変化

- 2) Callander, R.A., Instability and river channels. *J. Fluid Mech.*, 1969.
- 3) M. Colombini, G. Seminara and M. Tubino, “Finite-amplitude alternate bars, *J. Fluid Mech.*, 1987.
- 4) Belletti, B. et al., A review of assessment methods for river hydromorphology, *Environ. Earth Sci.*, 2015.
- 5) González del Tánago, M. et al., Indicators of river system hydromorphological character and dynamics, *Hydrobiologia*, 2016.
- 6) Nicolis, G., & Prigogine, I., Self - Organization in Nonequilibrium Systems. Wiley, 1977.
- 7) Kleidon, A., Working at the limit: a review of thermodynamics and optimality of the Earth system, *Earth Syst. Dynam.*, 2023.
- 8) 黒木幹男, 岸力: 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, 1984.
- 9) D. Moteki, S. Seki, S. Muramatsu, K. Hayasaka and H. Yasuda; On the occurrence of sandbars. *Phys. Fluids*, 2023.
- 10) Moteki D., Murai T., Hoshino H., Yasuda H., Muramatsu S. and Hayasaka K.: Capture method for digital twin of formation processes of sand bars, *Phys. Fluids*, 2022.
- 11) 北海道河川財團, <http://i-ric.org>.
- 12) Fujita, Y. and Muramoto, Y, Studies on the Process of Development of Alternate Bars, *Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute*, 1985.
- 13) 大原ら, 交互砂州上の平面二次元流れにおける支配方程式を制約とした深層学習の適用性, 土木学会論文集(水工学), 2025.
- 14) Y. Ohara et al., Physics-informed neural networks for inversion of river flow and geometry with shallow water model, *Physics of Fluids*, 2024.